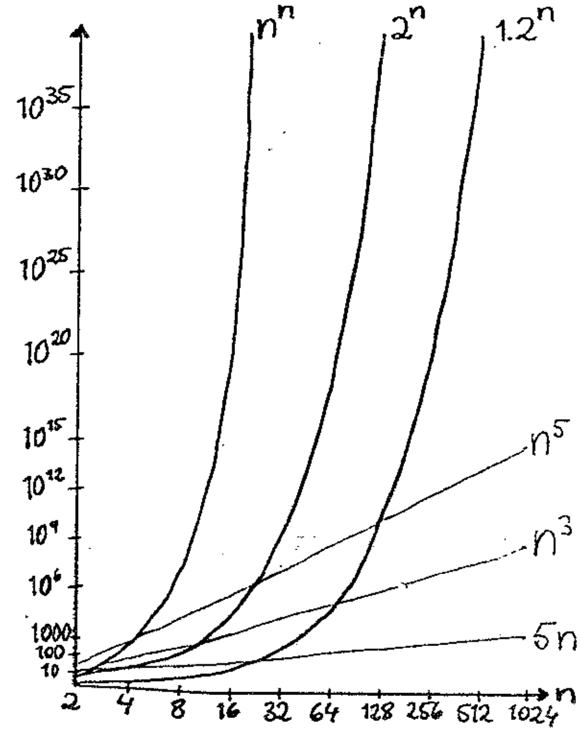
ALGORITMER, DATASTRUKTURER OCH KOMPLEXITET

- RIMLIG TID – POLYNOMISK TID
- SVÅRA PROBLEM
- GEMENSAMMA EGENSKAPER
- NP-FULLSTÄNDIGA PROBLEM

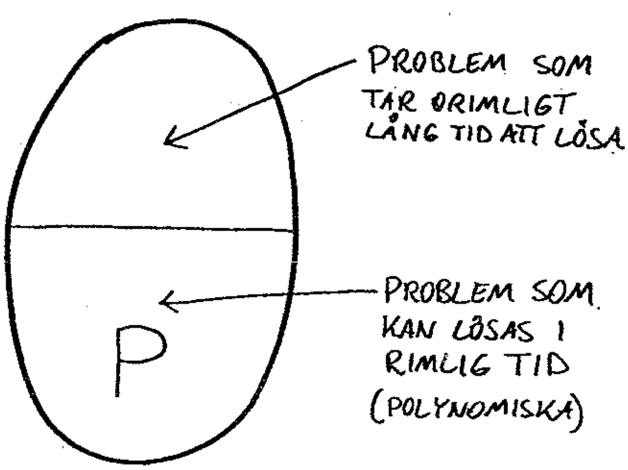
VAD ÄR RIMLIG TID?



POLYNOMISK TID

ALGORITMER SOM GÅR I POLYNOMISK TID, DVS $O(n^k)$ FÖR NÅGON KONSTANT k, ÄR RIMLIGT SNABBA.

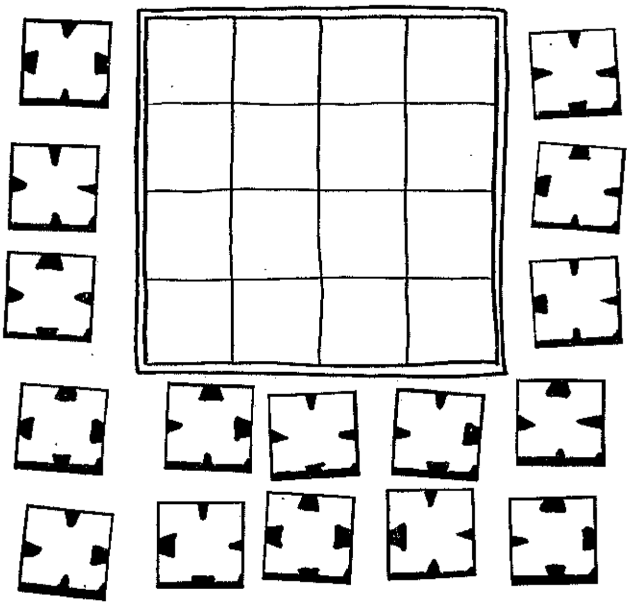
ALGORITMER SOM GÅR I EXPONENTIELL TID, DVS $O(2^{n^c})$ FÖR NÅGON KONSTANT c, TAR ORIMLIGT LÅNG TID.



Svårt problem 1: pussel

Instans: n^2 stycken kvadratiska pusselbitar

Fråga: Kan pusselbitarna placeras in i en $n \times n$-ruta så att mönstret går ihop överallt?



Svårt problem 2: TSP

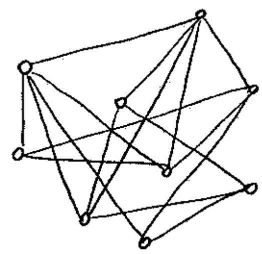
Instans: graf G, avståndsfunktion w, mål K

Fråga: Finns det någon tur som passerar alla hörn i G exakt en gång och börjar och slutar i samma hörn och har längd $\leq K$?

Svårt problem 3: Hamiltonsk krets

Instans: graf G

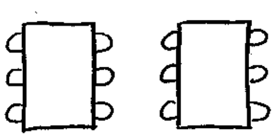
Fråga: Finns det någon tur som passerar alla hörn i G exakt en gång och börjar och slutar i samma hörn?



Svårt problem 4: sittning

Instans: plan över bords och stolars placering, gästrestriktioner, tex att gästerna g_1 och g_2 inte ska sitta bredvid varandra.

Fråga: Finns det någon bordsplacering som inte bryter några restriktioner

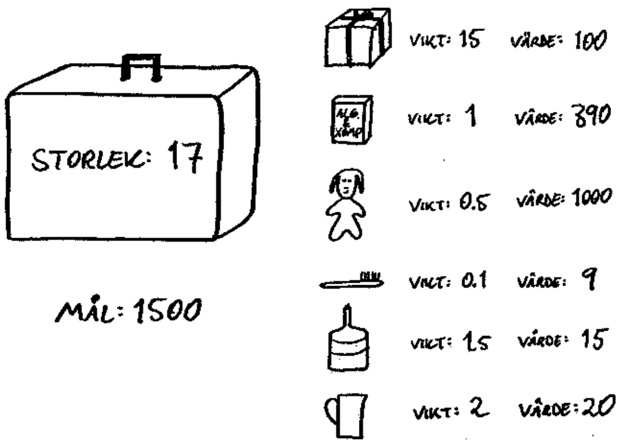


g_1 och g_3 inom synhåll
g_2 och g_3 inte bredvid varandra
g_4 och g_7 inte bredvid varandra
g_7 och g_8 vid samma bord
g_2 och g_6 vid olika bord
⋮

SVÅRT PROBLEM 5: KAPPSÄCKSPROBLEMET

INSTANS: MÄNGD PRYLAR MED VIKT w_i OCH VÄRDE v_i, KAPPSÄCKSSTORLEK S, MÅL K

FRÅGA: GÅR DET ATT LÄGGA PRYLAR AV SAMMANLAGT VÄRDE $\geq K$ I KAPPSÄCKEN UTAN ATT DEN BLIR TYNGRE ÄN S?



SVÅRT PROBLEM 6: KARTFÄRGNING

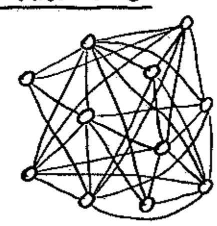
INSTANS: KARTA ÖVER LÄNDER

FRÅGA: GÅR DET ATT FÄRGA LÄNDERNA MED TRE FÄRGER SÅ ATT TVÅ ANGRÄNSANDE LÄNDER ALLTID HAR OLIKA FÄRG?

SVÅRT PROBLEM 7: GRAFFÄRGNING

INSTANS: GRAF G, MÅL K

FRÅGA: GÅR DET ATT FÄRGA GRAFENS HÖRN MED HÖGST K FÄRGER SÅ ATT TVÅ ANGRÄNSANDE HÖRN ALLTID HAR OLIKA FÄRG?



MÅL: 3

LÖSNING AV DESSA PROBLEM

METOD: TOTALSÖKNING

TESTA EN LÖSNING, OM DEN INTE DUGER, BACKA TILLBAKA OCH TESTA NÄSTA (BACKTRACKING)

EXPONENTIELLT MÅNGA LÖSNINGAR MÅSTE TESTAS ⇒ EXPONENTIELL TID (FÖR DENNA ALGORITM)

GEMENSAM EGENSKAP:

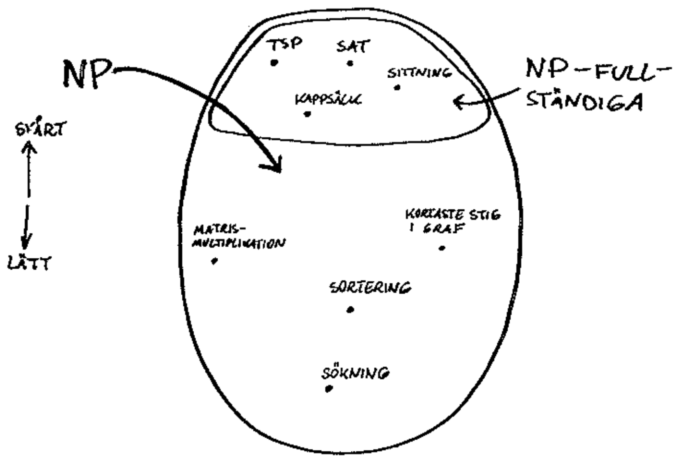
LÄTT ATT KOLLA OM EN LÖSNING DUGER

OM PROBLEMET HAR EN LÖSNING SOM DUGER KAN DENNA <u>VERIFIERAS</u> I POLYNOMISK TID.

DESSA PROBLEM BILDAR KOMPLEXITETSKLASSEN NP

NP-FULLSTÄNDIGA PROBLEM

DOM 7 SVÅRA EXEMPELPROBLEMEN ÄR ALLA NP-FULLSTÄNDIGA, DVS TILLHÖR DOM SVÅRASTE PROBLEMEN I NP.



VARJE PROBLEM I NP KAN REDUCERAS TILL VARJE NP-FULLSTÄNDIGT PROBLEM, OCH REDUKTIONEN TAR BARA POLYNOMISK TID.

REDUKTION I POLYNOMISK TID

EXEMPEL: REDUCERA HAMILTONSK KRETS TILL TSP:

HAMILTONIAN-CIRCUIT$(G)=$

- KONSTRUERA GRAF $G'=\langle V',E'\rangle$ GENOM
  $V'=V$
  $E'=V'\times V'$ (DVS FULLSTÄNDIG GRAF)
- $w(v_i',v_j')=\begin{cases}1 \text{ om } (v_i,v_j)\in E\\ 2 \text{ om } (v_i,v_j)\notin E\end{cases}$
- $K=|V|$

} TAR POL. TID

- RETURN (TSP(G', w, K))

– OM DEN KONSTRUERADE TSP-INSTANSEN HAR EN LÖSNING AV LÄNGD $\leq K$ SÅ FINNS DET EN HAMILTONSK KRETS.

– OM DEN KONSTRUERADE TSP-INSTANSEN INTE HAR NÅGON LÖSNING AV LÄNGD $\leq K$ SÅ FINNS DET INTE NÅGON HAMILTONSK KRETS.

ÄR $P\neq NP$?

ALLA NP-FULLSTÄNDIGA PROBLEM ÄR LIKA SVÅRA (OM ETT KAN LÖSAS I POLYNOMISK TID KAN ALLA GÖRA DET)

$P\subseteq NP$

INGEN VET OM $P=NP$ MEN NÄSTAN ALLA TROR ATT $P\neq NP$.

> TES: VARJE NP-FULLSTÄNDIGT PROBLEM TAR EXPONENTIELL TID ATT LÖSA (I VÄRSTA FALLET).