

# FÖRELÄSNING 1 ADK

- DEFINITION AV NP-FULLSTÄNDIGHET
- BEVIS AV COOKS SATS

## BEVIS AV COOKS SATS

1. SAT ∈ NP (ÄR ENKELT)
2. VISA ATT Q' ∈ NP ⇒ Q' ≤<sub>p</sub> SAT

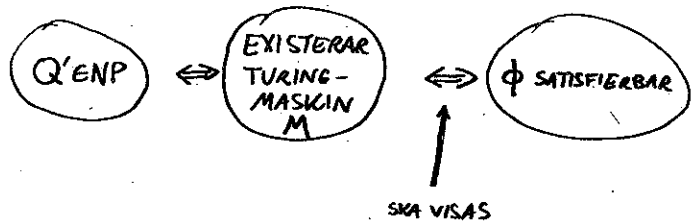
Q' ∈ NP ⇒ DET FINNS EN ICKEDETERMINISTISK TURINGMASKIN M SOM ACCEPTERAR Q' I TID  $k \cdot n^c$  DÄR n ÄR INDATAS LÄNGD.

VI KAN ANTA ATT M HAR ETT <sup>HALVBÄNDIGT</sup> BAND OCH ALFABET {0,1,#}

GIVET INDATA  $(a_1, \dots, a_n)$ , KONSTRUERA EN BOOLESK FORMEL  $\phi$  SÅ ATT  $(a_1, \dots, a_n) \in Q' \Leftrightarrow \phi$  ÄR SATISFIERBAR

∃ BERÄKNING I TID  $k \cdot n^c = M(a_1, \dots, a_n)$  ACCEPTERAR ↗

LÅT OSS FÖRSÖKA BESKRIVA M-S BERÄKNING MED HJÄLP AV EN BOOLESK FORMEL!



## NP-FULLSTÄNDIGA PROBLEM

ETT BESLUTSPROBLEM Q ÄR NP-FULLSTÄNDIGT OM

- |   |
|---|
| <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Q ∈ NP</li> <li>2. Q' ≤<sub>p</sub> Q FÖR ALLA Q' ∈ NP</li> </ol> |
|---|

DÄR ≤<sub>p</sub> ÄR EN KARP-REDUKTION SOM GÅR I POLYNOMISK TID.

ETT PROBLEM SOM UPPFÖLLER VILLKOR 2 ÄR NP-SVÄRT.

ÄNNU INTE BEVISAD TES:

NP-SVÅRA PROBLEM KAN INTE LÖSAS I POLYNOMISK TID

DVS **P ≠ NP**

COOKS SATS (1971):

SAT, SATISFIERBARHETSPROBLEMET, ÄR NP-FULLSTÄNDIGT

FÖLJSATS: SAT ≤<sub>p</sub> Q ⇒ Q ÄR NP-SVÄRT

NUMRERA  $M$ 'S TIDSTEG FRÅN 1 TILL  $k \cdot n^c$

VID VARJE TIDPUNKT  $t$  BESKRIVS BERÄKNINGEN AV

- AKTUELLT TILLSTÅND  $q$
- BANDETS AKTUELLA INNEHÅLL
- HUVUDET'S POSITION PÅ BANDET

OBS: VAD SOM FINNS BORTOM POSITION  $k \cdot n^c$  PÅ BANDET ÄR INTE INTRESSANT.

INFÖR BOOLESKA VARIABLER:

$$x_{qt} \quad q \in Q, 1 \leq t \leq k \cdot n^c$$

$$y_{ijt} \quad i \in \{0, 1, \#\}, 1 \leq j \leq k \cdot n^c, 1 \leq t \leq k \cdot n^c$$

$$z_{jt} \quad 1 \leq j \leq k \cdot n^c, 1 \leq t \leq k \cdot n^c$$

VI VILL ATT

$$x_{qt} = 1 \text{ OMM } M \text{ ÄR I TILLSTÅND } q \text{ VID TID } t$$

$$y_{ijt} = 1 \text{ OMM TECKNET } i \text{ STÅR I RUTA } j \text{ PÅ BANDET VID TID } t$$

$$z_{jt} = 1 \text{ OMM HUVUDET STÅR I RUTA } j \text{ VID TID } t$$

" $\exists$  BERÄKNING I TID  $k \cdot n^c$ :  $M(a_1, \dots, a_n)$  ACCEPTERAR"  $\Leftrightarrow$

- $$\Leftrightarrow \begin{cases} 1. \text{ BERÄKNINGEN BÖRJAR MED } a_1, \dots, a_n \\ 2. x, y, z \text{ BESKRIVER EN GILTIG BERÄKNING} \\ 3. \text{ BERÄKNINGEN ACCEPTERAR} \end{cases}$$

$$1. \begin{cases} x_{q_0, 1} = 1 \text{ om } q = q_0 \\ x_{q, 1} = 0 \text{ ANNARS} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_{i, j, 1} = 1 \text{ om } (i = a_j \text{ och } 1 \leq j \leq n) \text{ ELLER } (i = \# \text{ och } j > n) \\ y_{i, j, 1} = 0 \text{ ANNARS} \end{cases}$$

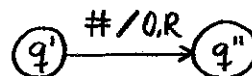
$$\begin{cases} z_{j, 1} = 1 \\ z_{j, 1} = 0 \text{ FÖR } j > 1 \end{cases}$$

$$3. x_{q_{k \cdot n^c}, 1} = 1 \vee x_{q_{k \cdot n^c}, 2} = 1 \vee \dots \vee x_{q_{k \cdot n^c}, k \cdot n^c} = 1$$

DÄR  $q_{k \cdot n^c}$  ÄR DET ACCEPTERANDE TILLSTÅNDET

2. FÖR VARJE  $2 \leq t \leq k \cdot n^c$  KONSTRUERA FORMER SOM BESKRIVER TILLÄTNA SAMBAND MELLAN  $x_{q(t-1)}, y_{i, j(t-1)}, z_{j(t-1)}$  OCH  $x_{q, t}, y_{i, j, t}, z_{j, t}$

EX: ÖVERGÅNGEN



(OM # STÅR I RUTAN, SKRIV 0 OCH FLYTTA HUVUDET ETT STEG ÅT HÖGER)

BESKRIVS SOM

$$x_{q'(t-1)} = 1 \wedge y_{\#, i(t-1)} = 1 \wedge z_{j(t-1)} = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[ x_{q', t} = 1 \wedge \bigwedge_{q \neq q'} x_{q, t} = 0 \wedge \right.$$

$$\wedge y_{0, j, t} = 1 \wedge y_{i, j, t} = 0 \wedge y_{\#, j, t} = 0 \wedge$$

$$\wedge \bigwedge_{\substack{i \in \{0, 1, \#\} \\ i \neq j}} y_{i, j, t} = y_{i, j, t-1} \wedge$$

$$\wedge z_{j+1, t} = 1 \wedge \bigwedge_{j' \neq j+1} z_{j', t} = 0 \left. \right]$$

FÖR  $1 \leq j \leq k \cdot n^c$