Viggo Kann, KTH CSC

Lösningar till teoritenta i Algoritmer, datastrukturer och komplexitet för KTH DD1352/DD2352/DD2354 och SU 2013-12-20

1. (6 p) Är följande påståenden sanna eller falska? För varje deluppgift ger riktigt svar 1 poäng och ett *övertygande motiverat* riktigt svar 2 poäng.

   a/b) $2^n \in o(n!)$.
   Sant. $n!$ innehåller $n-3$ faktorer som är minst $4 = 2^2$. Därför är $\frac{2^n}{n!} \leq \frac{2^n}{2^{2(n-3)}} = \frac{1}{2^{n-6}} \to 0$ då $n \to \infty$, vilket betyder att 2^n växer långsammare än $n!$.

   b/c) En skipplista har bättre värstafalletkomplexitet än ett balanserat träd vad gäller insättning och borttagning.
   Falskt. Insättning och borttagning i en Skipplista tar i värsta fallet linjär tid (om alla element ligger i bara den understa listan). Insättning och borttagning i ett balanserat träd tar alltid logaritmisk tid.

   c/a) Om du får ett verkligt problem att lösa och du lyckas visa att det är NP-fullständigt så är det bara att kasta in handduken, för hoppet att hitta en praktiskt användbar algoritm för det är ute.
   Falskt. Om problemet är ett optimeringsproblem kan det gå att hitta effektiva heuristiker som kan vara nära den optimala lösningen. I bästa fall finns det en approximationsalgoritm. Om man bara behöver lösa problemet för riktigt små indata så kan en exponentiell totalsökningsalgoritm räcka.

2. (3 p) Anta att A, B och C är beslutsproblem, att B är NP-fullständigt och att det finns polynomiska Karpreduktioner av A till B och av B till C. Vad vet man då om komplexiteten för A, B och C? Sätt kryss i tabellen nedan för allt man säkert vet.

	ligger i NP	är NP-fullständigt	är NP-svårt
A	X		
B	X	X	X
C			X

3. (1 p) a) Vad är den engelska termen för *NP-svårt*?

   NP-hard.

   b) Vad är den engelska termen för *oavgörbart*?

   Undecidable.

4. (4 p) a) Definiera begreppet *NP-svårt*.

   Ett beslutsproblem A är NP-svårt omm det finns en polynomisk Karpreduktion av varje problem i NP till A.

   b) Definiera begreppet *oavgörbart*.

   Ett beslutsproblem B är oavgörbart omm det inte finns någon algoritm som löser problemet i ändlig tid.

5. (6 p)
Hörntäckningsproblemet är minimeringsproblemet där det givet en oriktad graf gäller att hitta det minimala antalet hörn som tillsammans täcker alla kanter i grafen (så att varje kant har minst en ändpunkt i ett valt hörn). Det är ett känt NP-svårt problem.

a) Konstruera en lokalsökningsheuristik för hörntäckningsproblemet. Du får själv avgöra vad som är lämpliga indata till algoritmen. Det räcker att du beskriver algoritmen i text.

En lokalsökningsalgoritm utgår från en hörntäckning och försöker förbättra den genom att göra lokala modifieringar av lösningen som gör den bättre (dvs mindre). Indata är alltså en oriktad graf G och en hörntäckning S.

Gör upprepade gånger följande lokala modifiering, ända tills det inte går att göra en lokal modifiering som förbättrar lösningen:

Pröva att lägga till ett nytt hörn i S och ta bort andra hörn i S som därmed blir överflödiga. Genomför ändringen om minst två hörn blir överflödiga. Lämna annars S oförändrad och gå vidare till nästa hörn i grafen.

b) Ge kortfattat några förslag på hur man kan angripa hörntäckningsproblemet.

Det finns en approximationsalgoritm som approximerar hörntäckning inom faktorn 2 (plocka upprepade gånger en godtycklig kant från grafen, lägg till båda ändpunkterna till hörntäckningen och ta bort alla kanter som därmed täcks, se föreläsning 29). En heuristik för problemet är till exempel att man gör som approximationsalgoritmen men tar slumpvis en av ändpunkterna istället för båda. En annan är att man väljer den ändpunkt som täcker flest kvarvarande kanter. Slumpheuristiker kan man köra flera gånger. Varje heuristik (eller approximationsalgoritm) kan man försöka förbättra med lokalsökningsheuristiken i a-uppgiften.

Ett annat angreppssätt är att hitta en totalsökningsalgoritm som löser problemet exakt. Det kan fungera för små grafer.

På kurswebben ligger en kursenkät som var och en uppmanas att svara på så snart som möjligt. Viggo och 2014 års elever på kursen tackar på förhand!

Vill du ha högre betyg på kursen? Om du har fått minst betyg C på två av dom betygsatta kursmomenten (teoritentan, mästarprov 1, mästarprov 2) och minst betyg E på det tredje så får du boka in dej på muntlig redovisning 15-17 januari 2014. Boka en tid på kurswebben senast 8 januari. Välj om du vill redovisa för betyg C, B eller A.
Om du blir godkänd på teoritentan och redovisar extralabben 10 januari så får du räkna extralabbsbetyget som teoritentabetyg. Om du misslyckas med extralabben och därför inte uppfyller kraven för muntan så får du avboka din tid efter extralabbsredovisningen.