

**Lösningar till teoritenta i Algoritmer (datastrukturer) och komplexitet
för KTH DD1352–2354 och SU 2008-12-16**

1. (8 p) Är följande påståenden sanna eller falska? För varje deluppgift ger riktigt svar 1 poäng och ett övertygande motiverat riktigt svar 2 poäng.

a) Det finns effektiva algoritmer för att hitta cykler i riktade grafer.

Sant. En möjlighet är att använda en modifierad version av DFS där man delar in noderna i obesökta noder, noder som processas och avklarade noder och ser om någon kant går från aktuell nod till en nod som processas.

b) MergeSort är ett exempel på en girig algoritm.

Falskt. Mergesort är en typisk dekompositionsalgoritm vilket inte är samma sak som en girig algoritm.

c) Det finns ett NP-fullständigt problem som inte går att reducera till SAT (Satisfi-
erbarhetsproblemet).

Falskt. SAT är ett NP-fullständigt problem. Därför går varje NP-problem, NP-
fullständigt eller inte, att reducera till SAT.

d) Problemet att hitta minimala spännande träd i grafer går bara att lösa om alla
kantvikter är positiva.

Falskt. De kända algoritmerna för att hitta MST, Kruskals algoritm och Prims
algoritm, fungerar båda oberoende om kantvikterna är positiva eller inte.

2. (3 p)

Beskriv med ord och lämplig pseudokod hur man bär sig åt för att hitta maximala flöden
i riktade grafer.

Svar: Jag hänvisar här till läroboken eller föreläsningssanteckningar. Det viktiga är att
få med begreppet utökande stigar med påpekande om att de kan innehålla både framåt-
och bakåtkanter. Algoritmen stannar när ingen utökande stig finns längre. Resonemang
om minsnitt är bra men krävs inte.

3. (3 p) När man använder dekomposition så delar man upp ett problem av storlek n i a st.
delproblem av storlek $\frac{n}{b}$. Sammansättningen av problemen antas kräva $f(n)$ operationer.
Ange lämpliga villkor på a, b och f för att algoritmen skall vara snabbare än $O(n^2)$. Ge
ett exempel på ett problem som med "naturlig" algoritm tar tid $O(n^2)$ att lösa men som
med dekomposition kan lösas snabbare. Visa också på hur dekompositionsalgoritmen då
ser ut.

Svar: Ett naturligt krav är att $b=2$ och $a \leq 2$ samt att $f(n) \in O(n)$. Diverse andra
varianter finns. Ett bra exempel är sortering med Mergesort.

4. (3 p)

De båda problemen OBEROENDE MÄNGD och HÖRNTÄCKNING är NP-fullständiga.

- (a) Visa hur man kan reducera de båda problemen till varandra.

Svar: Om vi har instansen (G, K) till OBEROENDE MÄNGD kan vi bilda instansen $(G, |V(G)| - K)$ till HÖRNTÄCKNING. Denna reduktion kan också användas ”baklänges” för att ge en reduktion från HÖRNTÄCKNING till OBEROENDE MÄNGD.

- (b) Ett av problemen går att approximera men inte det andra. Vilket går att approximera och hur?

Svar: HÖRNTÄCKNING går att approximera.

Här är en approximationsalgoritm:

```
S ← ∅
while E ≠ ∅ do
    ta en godtycklig kant (v1, v2) från E
    S ← S ∪ {v1, v2}
    plocka från E bort alla kanter som har ändpunkt i v1 eller v2
return S
```

5. (3 p)

Antag att du ställs inför ett problem beslutsproblem och vill avgöra vilket av följande som gäller:

- (1) Problemet är möjligt att lösa effektivt.
- (2) Problemet kan lösas men inte effektivt.
- (3) Problemet kan inte lösas överhuvudtaget.

Beskriv i detalj hur du bär dig åt för att klassificera problemet.

Svar:

Ett första är att du försöker hitta en algoritm som löser problemet.

Om du inte lyckas hitta en sådan algoritm kan du försöka visa att problemet är oavgörbart. Det kan du göra genom att direkt undersöka problemets logiska egenskaper eller genom att reducera stopp-problemet eller något annat oavgörbart problem till ditt problem.

Om du lyckas konstruera en sådan avgör du om den är effektiv d.v.s. polynomiell eller inte. Om den är effektiv vet du att problemet är effektivt avgörbart.

Om du inte lyckas konstruera en effektiv algoritm kan du försöka visa att problemet är NP-fullständigt. Det gör du genom att visa att problemet ligger i NP och sedan reducera ett känt NP-fullständigt problem till ditt problem.

Vill du ha högre betyg på kursen? Om du har fått minst betyg C på två av dom betygsatta kursmomentet (teoritentan, mästarpöv 1, mästarpöv 2) och minst betyg E på det tredje så får du kontakta mig för en muntlig tenta.