

Individuell inlämningsuppgift 3 till GrIP-kursen vt 2009

Svara senast fredag 10 april kl. 23.59 till y@kth.se, gärna på denna blankett.

Se till att information om vem du är finns på dokumentet.

Skicka som PDF! Använd gärna MATLAB.

Ledning: Titta på bilderna från Föreläsning 11.

För resultatet 1 (godkänd) krävs totalt minst 18 poäng på talen,

för 2 (väl godkänd) minst 24 poäng,

för 3 (mycket väl godkänd) minst 30 poäng, av 36 möjliga.

Resultatet på inlämningsuppgiften vägs ihop med resultatet på uppgift 2 (2-D-grafik-transform)&4(projektet) till slutbetyget A-F på momentet INL1.

Ditt namn:

Personnummer:

3D: transformationer, projektioner, kurvor

(2p) 1a. Bevisa att kryssprodukten av två vektorer utom i ett urartat fall (vilket?), är ortogonal (vinkelrät) mot båda dessa vektorer.

Ledning: Bevis för ortogonalitet är att skalärprodukten = 0.

(2p) 1b. Givet en enhetsvektor u och en enhetsvektor v som inte är parallell med u . Använd kryssprodukter flera gånger för att skapa tre ortogonala enhetsvektorer av vilka en är u .

(5p) 2. I en grafisk tillämpning definieras "världen" av en ram med origo P_0 och de ortogonala enhetsbasvektorerna v_1, v_2, v_3 .

En lokal ram har origo i $(P_0 + v_1)$ och de ortogonala enhetsbasvektorerna

$$u_1 = (v_1 + v_2 + v_3)/\sqrt{3}, u_2 = (v_1 - v_2)/\sqrt{2}, u_3 = (v_1 + v_2 - 2v_3)/\sqrt{6}$$

En triangel har i den lokala ramen hörnen

$$(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1).$$

Vad blir koordinaterna för triangelhörnen i "världsramen"?

(6p) 3. Vi vill rotera linjer 90 grader kring en axel, vars riktning är vektorn $(1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}, 0)$.

Ange alla delmatriser och slutmatrisen som utför denna rotation. Var hamnar nya ändpunkterna för linjen med ändpunkterna $(0 \ 1 \ 0)$ och $(1 \ 1 \ 0)$?

(6p) 4. Genomför uppgift 3 med kvaternioner istället för med matriser.

Obs! Angel (både 4:e och 5:e upplagan) har ett fel i formeln för $p' = r p r^{-1}$. Sista termen ska vara $-\sin^2(\theta/2)(\mathbf{v} \times \mathbf{p}) \times \mathbf{v}$
Se vidare föreläsning 11.

(6p) 5. Låt en parallelepipedisk låda ha hörnkoordinaterna $(1,2,6)$, $(6,3,6)$, $(1,6,6)$, $(6,6,6)$, $(1,2,7)$, $(6,3,7)$, $(1,6,7)$, $(6,6,7)$. Rita upp en perspektivprojektion av lådan med perspektivplanet vinkelrät mot z-axeln och avståndet 3 enheter bort i z-led med lådhörnens projektkoordinater angivna. Vilken perspektivprojektionsmatris behövs? Visa att den fungerar genom att transformera något hörn.

(6p) 6. Låt alla punkterna i 3D som definierar en kubisk polynomkurva ha samma x-koordinat, x_1 .

Använd blandfunktioner för att visa

6a. att interpolationskurvans x blir konstant lika med detta x_1 .

6b. att Bézierkurvans x blir konstant lika med detta x_1 .

6c. att kubiska B-splinekurvans x blir konstant lika med detta x_1 .

(3p) 7. Visa att kubiska B-spline-kurvor blir så jämna att de har kontinuerlig andraderivata.