

LABORATION 1

Linjära ekvationssystem, kurvanpassning och interpolation

Vid redovisningen ska båda i laborationsgruppen kunna redogöra för teori, algoritmer och resultat! Var väl förberedda så att varje delredovisning går snabbt och smidigt (kurvor plottade, numeriska resultat noterade). Alla frågor i deluppgifterna ska kunna besvaras! Redovisningstillfällen: 18/9,20/9,25/9 Sista dag för bonuspoäng: 25/9 2013

1. Linjärt ekvationssystem

Lös det linjära ekvationssystemet $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ i MATLAB:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Beräkna i MATLAB residualvektorn $\mathbf{b} - \mathbf{Ax}$.

Notera svaret nedan. Varför blir inte residualvektorn exakt lika med noll?

Lösning samt svar:

2. Dagens längd i Stockholm

Tabellen nedan anger dagens längd i Stockholm den första dagen i varje månad under sommarhalvåret (tiden är angiven decimalt):

Månad:	1 april	1 maj	1 juni	1 juli	1 aug	1 sep
Dagnr :	91	121	152	182	213	244
Solen uppe:	13.2	15.8	18.0	18.4	16.6	14.1

a) Plotta de sex punkterna. Det gäller att anpassa ett andragradspolynom till dem med minstakvadratmetoden. Hur lyder normalekvationerna och hur många rader och kolumner har matrisen i normalekvationerna i detta fall?

Beräkna polynomets koefficienter och rita polynomkurvan med tät indelning, dagligen från vårdagjämningen dag 80 till höstdagjämningen dag 265.

Hur länge är solen uppe på nationaldagen den 6 juni enligt denna modell?

b) Tabellen kompletteras med vinterhalvårets värden:

Månad:	1 jan	1 feb	1 mars	1 okt	1 nov	1 dec
Dagnr :	1	32	60	274	305	335
Solen uppe:	6.1	8.0	10.4	11.4	8.7	6.6

Markera de tolv punkterna i en figur. Ett trigonometriskt uttryck med perioden $T = 365$ bör kunna ge god anpassning:

$$F(t) = c_1 + c_2 \cos \omega t + c_3 \sin \omega t, \text{ där } \omega = 2\pi/T.$$

Undersök detta och rita kurvresultatet (dagligen från nyårsdagen till dag 365) tillsammans med givna data. Rita också residualvektorns tolv komponenter mot de tolv givna dagnumren. Beräkna felkvadratsumman samt nationaldagens soltid enligt denna modell.

3. Hitta bästa cirkel till givna punkter

a) Sex punkter är givna: $(-2, 2)$, $(-1, 5)$, $(2, 4)$, $(-1, 0)$, $(1, 0)$, $(3, 1)$. och vi vill finna den bäst anpassande cirkeln.

Lös med minstakvadratmetoden det överbestämda ekvationssystem som erhålls då cirkelns ekvation skrivs enligt MÖ 12: $c_1 + c_2x + c_3y = x^2 + y^2$.

Härled (med papper och penna) denna linjära formel ur cirkelns vanliga ekvation $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ och ange uttrycket för radien (*redovisas!*). Rita upp punkterna och cirkeln.

Pröva även att anpassa en cirkel till endast de 3 första av de givna punkterna. Den cirkeln ska gå exakt genom punkterna. Vad kallas denna typ av kurvanpassning?

b) Utnyttja grafisk inmatning (`ginput`) och klicka tio punkter ungefärligen runt en cirkel. Beräkna och rita bästa cirkel tillsammans med de tio punkterna. Om programmet i a) skrivits på ett bra sätt är detta en enkel modifikation av det programmet.

4. Interpolation

Givet temperaturkurvan på web-adressen

<http://www.csc.kth.se/utbildning/kth/kurser/DN1212/numbpd12/svalbard.gif>

I denna deluppgift ska olika typer av interpolation provas för att anpassa en kurva till mätdata baserade på temperaturkurvan. Börja med att läsa av temperaturvärdena T var tredje timme från kl 24.00 t.o.m. kl 24.00. Vi har nu en tabell av nio tid- och T-värden $(t_i, T_i), i = 1, 2, \dots, 9$.

Gör nu följande interpolationsalternativ

a) Styckvis linjär interpolation

b) Interpolation med ett polynom av gradtal åtta

c) Splineinterpolation

d) Styckvis kubisk Hermiteinterpolation

I uppgift a) behöver endast `plot` användas. För de övriga deluppgifterna används funktioner som finns i MATLAB-biblioteket: `polyfit`, `polyval`, `spline` och `pchip`. För att se hur de anropas, använd `help`.

Plotta mätvärdena (de nio avlästa) och resultatet av interpolationen i fyra delfönster med hjälp av `subplot`. Alla fyra graferna ska ha lämplig rubrik samt variabelbeteckningar på axlarna.

5. Gissa pumpans vikt

Skriv ett program som slumpar fram ett tal mellan ett och hundra och låter den som kör programmet gissa vilket tal det är. För att det inte ska bli för svårt måste ditt program skrivas ut meddelanden efter varje gissning, t ex så här:

Vad heter du? Anna

Hej Anna, hur mycket tror du att min pumpa väger? 50

För mycket. Gissa igen: 20

För litet. Gissa igen: 25

För litet. Gissa igen: 42

För mycket. Gissa igen: 36

Rätt gissat!

Frivillig uppgift: datorn gissar.

Skriv ett program som gissar vilken pumpavikt du tänker på. Först måste du komma på en bra algoritm som ger så få gissningar som möjligt!

Laboration 1 redovisad och helt klar!

Datum:

Godkänd av