

LABORATION 2

Ekvationer, ekvationssystem och MATLAB-funktioner

Vid redovisningen ska båda i laborationsgruppen kunna redogöra för teori, algoritmer och resultat! Var väl förberedda så att varje delredovisning går snabbt och smidigt (kurvor utskrivna, numeriska resultat noterade – gärna handskrivna i marginalen på detta papper). Sista dag för bonuspoäng: 27/9 2012.

1. Jämviktswinkel med Newton-Raphsons metod

Följande statikproblem är givet: En homogen stång AB med längden a och massan m är vridbar i ett vertikalkplan kring en axel i A . En lina är fäst i B och lagd över en liten trissa C . Linan bär upp en kula med massan km . Punkterna A, B och C ligger i ett vertikalkplan. Linjen AC är horisontell och sträckan $AC = 2a$. Jämviktswinkeln $BAC = \varphi$ ges då av följande ekvation:

$$4k \sin(\varphi) - \cos(\varphi) \sqrt{5 - 4 \cos(\varphi)} = 0$$

- Laborationsförberedande handräkneuppgift:** Formulera Newtons metod för ekvationen. Låt $k = 1$ och gör två iterationer utifrån startvärdet $\varphi_0 = 0$.
- Skriv ett Matlabprogram som beräknar jämviktswinkeln för $k = 1$. Skriv ut en tabell över iterationerna och korrekctionerna. Om startvärdet är rimligt ska korrekctionerna avta med kvadratisk konvergens. Vad innebär det och hur ser man det i tabellen?
- Modifiera programmet i c) så att jämviktswinklar (i grader) beräknas för k -värdena $k = 0.1, 0.2, \dots, 1, 2, \dots, 10$. Rita i ett diagram jämviktswinkeln som funktion av k . Grafen ska ha rubrik, markering utefter koordinataxlarna vilken variabel som axeln representerar samt ett nät (grid).

2. Löparbana med sekantmetoden

En ellipsformad 400-meters löparbana ska anläggas på en plan som är 160 meter lång. Hur bred plan krävs? Lös med sekantmetoden och använd Ramanujans formel för omkretsen.

Den indiske själv lärde matematikern Srinivasa Ramanujan (1887–1920) föreslog följande approximativa formel för ellipsens omkrets:

$$O_{Ramanujan} = \pi(a+b) \left(1 + \frac{3c}{10 + \sqrt{4 - 3c}} \right) \quad \text{där } c = \frac{(a-b)^2}{(a+b)^2}.$$

samt att a och b är ellipsens halvvaxlar

3. Programmering av funktioner i MATLAB

Börja med att skapa en funktion för $f(x) = e^x - x^3$, kalla den funk1. Skapa sedan flera (minst 2) funktioner med namn och utseenden som du väljer själv. De ska

alla vara funktioner av en variabel och ligga på separata filer med lämpliga namn.

Du ska nu skriva ett program som kan tabellera, plotta, integrera och bestämma nollställena till funktioner. Programmet ska först fråga efter namnet på funktionen. (Programmet får inte i förväg veta funktionernas namn, använd därför MATLAB-funktionen `feval`. Programmet ska också fungera för MATLABs inbyggda funktioner, som t ex `sin` och `log`). Sedan ska programmet upprepat för denna funktion erbjuda tabellering, uppritning, integration och/eller nollställeberäkning med hjälp av en meny. Man ska sedan kunna byta funktion och fortsätta med den nya funktionen eller avsluta.

Dialogen kan se ut enligt exemplet nedan.

Vad heter funktionen? `funk1`

Meny:

1. Tabellera
2. Rita graf
3. Integrera
4. Beräkna nollställe
5. Byta funktion
6. Avsluta programmet

Ditt val: 1

Tabellering:

Ange undre gränsen: 1

Ange övre gränsen: 3

Ange steget: 0.5

x f(x)

1.0000 1.7183

1.5000 1.1067

2.0000 -0.6109

2.5000 -3.4425

3.0000 -6.9145

Meny:

1. Tabellera
2. Rita graf
3. Integrera
4. Beräkna nollställe
5. Byta funktion
6. Avsluta programmet

Ditt val: 4

Beräkna nollställe: Ange ett startvärde: 2

Ett nollställe är

$x = 1.8572$

Meny:

1. Tabellera
2. Rita graf

3. Integrera
4. Beräkna nollställe
5. Byta funktion
6. Avsluta programmet
Ditt val: 5
Välja ny funktion:
Vad heter den nya funktionen? sin

Meny:
1. Tabellera
2. Rita graf
3. Integrera
4. Beräkna nollställe
5. Byta funktion
6. Avsluta programmet
Ditt val: 4

Beräkna nollställe: Ange ett startvärde: 6.3

Ett nollställe är

x = 6.2832

Meny:
1. Tabellera
2. Rita graf
3. Integrera
4. Beräkna nollställe
5. Byta funktion
6. Avsluta programmet
Ditt val: 6

Tack och hej!

4. Skärning mellan ellipser, icke-linjärt ekvationssystem

Beräkna alla skärningspunkter mellan den sneda ellipsen som definieras av $0.4x^2 + y^2 - xy = 10$ och den ellips med centrum i $(4, 2)$ och halvaxlarna $a = 4$ och $b = 6$ (parallella med koordinataxlarna) som beskrivs av

$$(x - 4)^2/a^2 + (y - 2)^2/b^2 = 1.$$

Ellipserna ska ritas¹ och de erhållna skärningspunkterna markeras med en ring. Hur är det med egenskapen kvadratisk konvergens i din algoritm.

5. Bästa cirkelanpassning, icke-linjär modell

Vi vill anpassa en cirkel till punkterna $(1.1, 0.7)$, $(1.5, 1.9)$, $(2.2, 3.1)$, $(3.2, 3.0)$, $(4.5, 2.3)$, $(4.8, 1.0)$, nu med cirkeln skriven på formen $(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = R^2$. Det leder till ett överbestämt icke-linjärt ekvationssystem. Använd Gauss-Newtons metod för lösningen.

Skriv i varje iteration ut värdet på det uttryck som minimeras i Gauss-Newtons metod. Rita upp de givna punkterna och den bästa cirkeln.

¹Den sneda ellipsen skrivs bäst i polär form inför uppritningen.

LABORATION 2 redovisad och helt klar!

Datum:

Godkänd av:

Studentens namn: