

DN1215 Numerisk analys för Mikroelektronikprogrammet

Tjugofem teorifrågor i numeriska metoder

1. Om relativa felet i ett närmevärde är cirka en promille, vad vet man då om antalet korrekta siffror? Antalet korrekta decimaler?
2. Man vill beräkna värdet av $\sqrt{1+t^3}-1$ för $t \approx 10^{-5}$. Vilket av de matematiskt ekvivalenta uttrycken $\sqrt{1+t^3}-1$ och $t^3/(\sqrt{1+t^3}+1)$ bör man välja och varför? Ge något alternativt beräkningsförslag.
3. Om p och q har relativfel på högst 0.005, vad kan då sägas om relativa felet i pq och i $p+q$? Är någon av beräkningarna illakonditionerad för vissa p och q ? Om ja, ange vilken beräkning och vilka p och q det gäller.
4. En komplicerad formel med storheter a , b och c ger resultat y . Indata har felgränser $a \pm 0.01$, $b \pm 0.02$, $c \pm 0.005$. Hur kan man med experimentell störningsräkning skatta felet i y ?
5. Konditionstalet för ett problem ligger runt 10000. Hur många korrekta siffror måste indata ha för att lösningen ska få fyra siffrors noggrannhet?
6. Hur definieras maximumnormen för en vektor och för en matris? Hur definieras euklidiska normen för en vektor? Om vektorn $\mathbf{x}$ och matrisen $\mathbf{A}$ båda har normen 75, vad vet man om normen för $\mathbf{Ax}$?
7. Vad är konditionstalet för en diagonalmatris med diagonalelementen $d_k = 2/k$ för $k = 1, 2, \dots, 40$?
8. Om ett ekvationssystem med fylld systemmatris och 50 obekanta tar tio millisekunder att lösa, hur lång tid ungefär tar det att lösa ett liknande system med 500 obekanta? Med 1000 obekanta?
9. Ange naiva ansatsen och Newtons ansats för ett interpolerande polynom som har värden givna vid $x = -3, 5, 10, 17$. Hur erhålls koefficienterna?
10. Polynomvärden beräknas elegant med Horners metod. Hur går det till?
11. Man vill lägga ett polynom genom tabellpunkterna: (1002.2, 5.2), (1002.5, 4.0), (1003.0, 3.5), (1003.4, 3.2). Diskutera olika ansatser och motivera bästa val.
12. Varför bör man undvika interpolation med polynom av högt gradtal vid ekvidistanta interpolationspunkter? Tänkbara åtgärder?
13. Man vill interpolera mellan två givna punkter med givna lutningar. Vilken grad ska polynomet ha? Vad kallas förfarandet?
14. Vad menas med kubiska splines? Med naturliga kubiska splines? Berätta kort om beräkningsgången.
15. Beskriv trapetsregeln för integralberäkning med formel och figur.

16. Ekv $x^5 = x + 1$ har en rot mellan 1 och 2. Hur många intervallhalveringar behövs för att bestämma roten med sex decimalers noggrannhet?
17. Newton-Raphsons metod för ekvationslösning har kvadratisk konvergens. Vad innebär det om felet i två påföljande iterationer? Vad innebär det för antalet korrekta decimaler?
18. Visa i en figur hur Newton-Raphsons metod fungerar. Visa också när konvergensproblem kan uppstå. Inträffar det bara vid startvärdet?
19. Beskriv sekantmetoden med ord och bild. När konvergerar metoden och när kan man råka ut för divergens?
20. Hur många startvärden krävs i sekantmetoden? Hur många funktionsberäkningar i varje iterationssteg? Ange en nackdel och en fördel hos sekantmetoden i jämförelse med Newton-Raphsons metod.
21. Beskriv detaljerat Newtons metod för lösning av ickelinjära ekvationssystem.
22. Hur skriver man differentialekvationen $y''' - t^2y'' + y'/2 + y^2/(1+t) - 1 = 0$ i vektornotation så att den blir av första ordningen?
23. Runge-Kuttas metod (RK4) är bättre än Eulers metod, fjärde noggrannhetsordningen jämfört med första, säger man. Vad menar man med det?
24. Vad menas med lokala trunkeringsfelet och globala trunkeringsfelet vid numerisk lösning av ODE? Exemplifiera på Eulers metod.
25. Formulera ett begynnelsevärdesproblem (BP) och ett randvärdesproblem (RP) för en ODE. Ange två metoder för numerisk behandling av RP.