

Ohms lag, resistanser och dioder

Vi modellerar potentialfältet i ett ledande skikt på ett plan. Ohms lag säger att strömtätheten $\mathbf{J}$, en vektor med sort A/m (i 2D), relateras till den elektriska potentialen $V(x,y)$ genom

$$\mathbf{J} = -\mathbf{S}\nabla V = -\begin{pmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_x \\ V_y \end{pmatrix}$$

där $\mathbf{S}$ är konduktivitets-tensorn för ett ortotropt material med ledningsförmåga s_x i x-led och s_y i y-led. Ett isotropt material har $s_x = s_y$. Konservations-lagen för elektrisk laddning blir då

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0 : \frac{\partial}{\partial x} \left(s_x \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(s_y \frac{\partial V}{\partial y} \right) = 0$$

som för isotropa material med konstant ledningsförmåga blir Laplaces ekvation.

Tillhörande randvillkor är att potentialen är noll ("jordning"), eller någon given potential, eller att strömmen genom randen är noll: $\mathbf{J} \cdot \mathbf{n} = 0$.

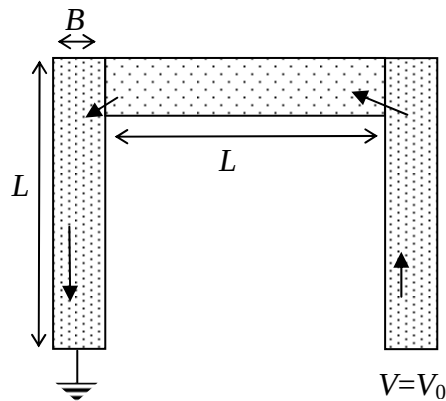
A 1. Resistans

Analytiskt: Bestäm resistansen hos figuren till höger om skiktet är d tjockt och har isotrop ledningsförmåga σ (Ωm)⁻¹. Räkna ut resistansen hos en $B \times L \times d$ "tegelsten" med potentialskillnad V mellan de två $B \times d$ ändytorna, och därav ett approximativt värde för figuren.

Med COMSOL: Beräkna totala strömmen I som linjeintegralen över den jordade randen,

$$I = \int_D \mathbf{J} \cdot \mathbf{n} ds$$

Då är resistansen $R = V_0/I$.



- Plotta strömtätheten. Då syns att lösningen inte är reguljär vid de *inre* hörnen (se fyrklöver-exemplet i *IntroPDEComsol*-häftet).
- Förfina nätet upprepade gånger och redovisa hur I konvergerar med allt finare nät. Hur många element behövs för 1% fel?
- Prova sedan upprepad lokal förfining av problem-hörnen; Experimentera! Hur få element behövs för 1% fel?

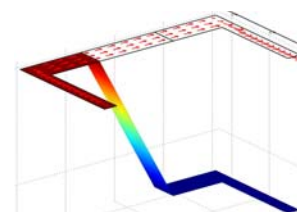
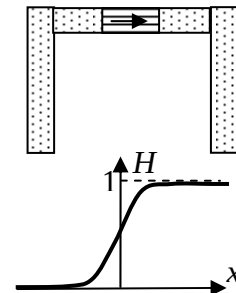
A2. Halvvågsl riktkaren

Byt ut mittpartiet av den horisontella ledaren mot ett ortotropt material som leder ström bara i x-riktningen, och vars konduktivitet beror av fältstyrkan:

$$s_y = 0, s_x = s_{Lo} + H(V_x, \epsilon)(s_{Hi} - s_{Lo})$$

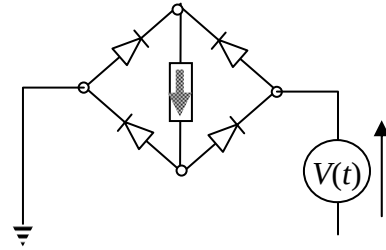
där H är en glättad Heaviside-funktion, Uppenbarligen leds ström sämre då $dV/dx < 0$. Om vi tar $s_{Lo} \ll s_{Hi}$ blir det en diod som leder åt höger.

- Använd parameter-lösaren till att lösa problemet for $V_0 = \sin(2\pi t), 0 < t < 3$ och plotta I som funktion av t . Observera att det nu är ett icke-linjärt problem!
- Plotta potentialen som färg och höjd och strömtätheten som pilar och animera (är dioden på eller av här?)



B. Helvågsl rikiktaren

Bygg en helvågsl rikiktare (fyra dioder) med en last, beräkna strömmen genom lasten, och plotta den som funktion av t så det syns att den fungerar. Man brukar rita som till höger, men kanske enklare att orientera dioderna horisontellt i COMSOL-modellen. Men fundera på hur S blir för 45° ortotropt diod-material!



COMSOL-modellering

Använd **Conductive Media DC** – modulen.

A: Konstanter under Options:

- konduktiviteten i de olika subdomänerna;

Strömtätheten J_s komponenter (J_x, J_y) finns fördefinierade, kontrollera dess namn (troligen J_{x_emdc} och J_{y_emdc}) under

Physics/Equation System/Subdomain Settings/Variables

- Definiera också en variabel I_{tot} som
Options/Integration Coupling Variables/Boundary variable
som beräknar strömmen genom vald(a) rand/ränder.

För A2 och B dessutom

- V_0 som $\sin(2\pi \cdot tt)$ och en konstant tt (*INTE* t , som är fördefinierad som tidsvariabel)
- sigLo , sigHi och sc för dioden samt en
global expression
 $\text{sigdiod} = \text{sigLo} + \text{flsmhs}(V_x, sc) \cdot (\text{sigHi} - \text{sigLo})$

Kontrollera i dokumentationen hur den glättade Heaviside-funktionen flsmhs definieras.

Använd parameter-lösaren (väljs i Solver Parameters) med $tt = -3 \dots 3$ med lämpligt steg. (Prova först att lösa för bara ett värde på V_0)