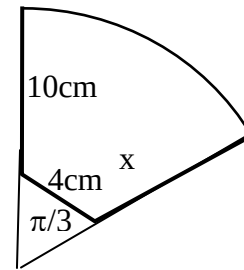


Kaffefiltret

På ett blött filter faller en kaffedroppe per $T = 5$ sekunder. Gör en film av hur filtret ser ut (kaffe-koncentrationen) under de första 60 sekunderna. Ett kaffefilter ser ut så här och anses $h = 2$ mm tjockt. En droppe anses innehålla 1 mmol kaffe och sprids hastigt, på tiden $T_i = 0.1$ sek, ut över en cirkulär cylinder, höjd h , med radie $r_i = 4$ mm och centrum i (x_0, y_0) – punkten x .



Modell

Koncentrationen c diffunderar i papperet enligt

$$c_t - \nabla \cdot (D \nabla c) = R(\mathbf{r}, t)$$

där c är kaffekoncentrationen i mmol/m³, D diffusionskonstanten (m²/s) och R (mmol/m³/s) är en källterm som beskriver dropparna. Diffusionskoefficienten rör sig om 0.001 m²/s. Om du gör geometrin i cm blir det 0.001×10^4 cm²/s.

Förberedande analys

Skriv upp en formel för $R(x, y, t)$.

- 1) Hur stor volym, säg V_i , sprider sig droppen i under T_i ?
- 2) Hur stor källterm R behövs i V_i för att under T_i producera 1 mmol?

Ekvation: $\int_0^{T_i} \int_{V_i} Qh \cdot dx dy \cdot dt = 1$. Motivera!

- 3) Det gäller nu att konstruera källtermen Q i COMSOL? Vi ska göra en funktion av t som är ett pulståg med period T sek och pulsbredd T_i , multiplicerad med en funktion (av (x, y)) som är R i den ovan nämnda cirkelskivan omkring x (noll utanför)

Definiera en expression under options som en produkt av funktioner Q_t av tid och Q_x av rum och en faktor $fact$ som ska fixa relationen till mmolerna i dropparna. Matlab - ett Booleskt uttryck är 1 om sant och 0 om falskt.

$R : Q_t * Q_x * fact$

$Q_x : (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 < r_i^2 = 1$, för alla (x, y) i en cirkel med radie $r_i = 0$, utanför

$Q_t : \sin(2\pi t / T) > b$ en T -periodisk funktion = 1 då sinus är större än b , 0 annars

Vid lab-tillfället

Modell: I Model Navigator välj 2D och COMSOL Multiphysics/Convection and Diffusion/Diffusion/Transient Analysis

Geometri: Geometrin kan man göra i cm med en cirkel med radie 14, två 14 cm kvadrater med ett hörn i origo, den ena vriden 30°, och en med sidan 4, ett hörn i (0,4) vriden 30°. Skapa filtret genom lämplig boolesk operation på dessa figurer, under Draw/Create composite object

Lämpligt: Definiera diffusionskonstant D , period T , b , etc som konstanter under Options/constants. *Olämpligt* att kalla nya kvantiteter t , x , y , c , h , ... som redan är definierade i comsol.

PDE: Physics/Subdomain: init 0, diffusionskoefficient D , R (källterm) definieras enligt tips ovan under Options/Expressions/SubdomainExpressions

Randvillkor: Physics/Boundaries: alla ränder Insulation/Symmetry

Lösare: Under SolverParameters väljs TimeDependent och tider t ex 0:1:60. Kör kortare tid tills det verkar fungera, så går testerna fortare.

Kontroller, resultatredovisning

1. Prova andra värden på D (x 10 och x 0.1, t.ex) . Ändrar sig lösningen som du väntar dig?
2. Kontrollera med subdomain integration om allt kaffe finns i filtret! Man vet ju antal droppar och deras volym.
3. Plotta koncentrationen (Postprocessing/cross section plots/point plot) i en punkt nära (x_0, y_0) så ser man om alla droppar kommit med. Om inte, strängare tolerans för tidsstegningen!
4. Experimentera med olika nätförfining, och toleranser för tidsstegningen. Använd koncentrationen i ett hörn för konvergensstudien. Rimligt noggrannhetskrav 5%.
5. Rita koncentrationen som -c, surface med t ex colormap pink (tyx ha försvunnit, ta gray) så blir det mörkast där det är mest kaffe, animera.