

MATLABs Runge-Kuttametod ODE23 med steg h definieras för $y' = f(t,y)$ av

```
k1 = h f(t,y)
k2 = h f(t + 1/2 h, y + 1/2 k1)
k3 = h f(t + 3/4 h, y + 3/4 k2)
y(t+h) = y(t) + 2/9 k1 + 1/3 k2 + 4/9 k3
```

Koefficienterna hittar man i programkoden för ode23:

```
A = [1/2, 3/4, 1];
B = [1/2      0      2/9
     0      3/4      1/3
     0      0      4/9
     0      0      0  ];
```

men det behöver du inte kontrollera !

1. Visa, att metoden ger exakt resultat då $f(t,y)$ är M :te gradspolynom i t , $M = 0,1,2,\dots$. Vad är största M ? Tips: Eftersom f då inte beror på y kan man bortse ifrån **B**-matrisens två första kolumner.

2. Skriv upp vad man får för $y(h)$ då $y' = Qy$, $y(0) = 1$ (Q en konstant).

Kontrollera din handräkning med MATLABs symboliska behandling, ungefär så här

```
syms Q h y0
y0 = 1;
k1 = h*Q*y0
k2 = h*Q*(y0+1/2*k1);
...
```

Tips: tredjegradspolynom i Qh ska det bli. Varför kan man jämföra det med $\exp(Qh)$? Hur stämmer McLaurinutvecklingarna av $y(h)$ och $\exp(Qh)$ överens? Vad säger det om ode23's noggrannhetsordning?