

DN1215 Numme för ME&IT vt 12 p 1(1)

Visningsuppgift till 120206

(från tenta BE3002 120114)

Integralen $I(N) = \int_0^N \frac{\arctan x}{x(x^4 + 1)} dx$ ska beräknas numeriskt för $N = +\infty$ med totalt fel mindre än 10^{-4} .

Genomför en analytisk förbehandling så att det transformerade problemet kan lösas numeriskt:

(a) 1p Visa, att integralen existerar trots oändligt integrationsintervall.

(b) 1p Vilket värde får integranden för $x = 0$? Tips: $\arctan x = x - x^3/3 + O(x^5)$:

(c) 2p Gör "svanskapning" för att bestämma vilket ändligt intervall $[0;N]$ som behövs för att bidraget från "svansen" ska bli tillräckligt liten.

(d) 3p Här är några värden på $I(10)$ beräknade med trapetsregeln och olika antal delintervall. Sista raden i tabellen är differenserna mellan I-värdena.

2	4	8	16	32	64
2.50223	1.28098	0.90328	0.96665	0.96439	0.96439
-1.22125	-0.37770	0.06337	-0.00226	-0.00000	

Ange det bästa värde du kan få med hjälp av tabellen och en feluppskattning. Synes felet proportionellt mot steglängdens kvadrat? Hur kan Euler-McLaurins summationsformel belysa uppförandet?