

Bengt Lindberg
110110, JO 1201

LABORATION 1

DN1215, Numeriska metoder för ME

MATLAB-introduktion, differensapproximationer, ekvationslösning

Sista dag för bonuspoäng, se kursplanen. Kom väl förberedd och med välordnade papper till redovisningen. Båda i labgruppen ska kunna redogöra för teori, algoritmer och resultat!

Använd "MATLAB 7 i korthet" när du vid datorn gör bekant dig med MATLAB. Detta är en **stegvis introduktion till Matlab** för dem som inte använt Matlab tidigare. Uppgifterna behöver ej redovisas.

Även Eriksson: Numeriska algoritmer med MATLAB innehåller mycket användbar Matlab-information. Lär er att hitta i matlabhäftet och Eriksson.

Några användbara programfiler finns att hämta från kurshemsidan. Kopiera in vad du behöver, byt namn och modifiera efter behov.

Använd flitigt **help**-kommandot i MATLAB. Använd MATLABs editor som har flera funktioner som kan underlätta programmeringen. Den lilla kvadraten till höger på kommandolinjen är röd om det finns syntaxfel (typ glömda parenteser) så att programmet inte kan köras, och orange, som en varning om t ex utelämnade eller extra semikolon.

MATLAB kommer att vara vårt verktyg under hela kursen så ni kan spara mycket tid vid de framtida laborationerna genom att lära er stoffet i denna laboration väl.

Bokför den tid du lägger ned på arbete med laborationerna. Vi är mycket intresserade av att få reda på elevernas arbetsbelastning, så vi vill att du fortlöpande bokför den tid du lägger ned på arbete med labuppgifterna och skriver ned totaltid vid slutredovisning av respektive labuppgift.

MÖ-uppgifterna Följ anvisningarna i häftet MATLAB-övningar (MÖ) med facit, och arbeta igenom så många som möjligt av MÖ-uppgifterna, speciellt nr 1–6, 9–12, 14, 16. Du kommer att ha stor nytta av det i fortsättningen. Uppgifterna behöver ej redovisas.

Om du tycker att det tar alltför lång tid att göra MÖ-uppgifterna, kan du hoppa över några nu. Gå i så fall tillbaka och titta på de resterande rekommenderade uppgifterna senare!

Om du inte använt Matlab bör du ägna hela det första labpasset till INLEDANDE LABORATION och MÖ-uppgifter.

Lös därefter följande uppgifter.

Namn: Pers.no:

1. Lös det linjära ekvationssystemet

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Notera datorns svar här. Du kan få olika precision i utskriften. Hur? De handskrivna svaren räcker som redovisning. Hur får du utskrifter med 10-exponent? Skriv ut residual-vektorn $r = b - Ax$. Varför blir den inte exakt noll?

Lösning:

2. Tabellera och rita funktionen

$$f(x) = 60x - \frac{(x^2 + x + 0.1)^6}{(x + 1)^6} - 10xe^{-x} \quad x > 0$$

för några olika intervall på x-axeln. Har funktionen något nollställe? Rita funktionen i fyra delfönster och skriv ut på papper. Använd matlabkommandot `subplot(2,2,j)` för att aktivera det j-te delfönstret. Rita funktionen på delintervallen $[0, 5]$, $[0, 1]$, $[0, 5 \times 10^{-8}]$, $[0, 1000]$. Använd olika tabelleringssteg för de 4 bilderna. Skriv ut plotbilden på papper. Bilden räcker som redovisning.

Pröva dig fram till något intervall i x -led där funktionen har ett nollställe.

Funktionsfilen `f1g2.m` finns att ladda ner från hemsidan. Anropa den enligt `y=f1g2(x)` med olika vektorer x för att kontrollera dina plotbilder.

3. En bil rör sig med konstant acceleration a längs en rak väg. Inför följande beteckningar:

Bilens avstånd till en referenspunkt O vid tiden $t = 0$: s_0 ,
 Bilens avstånd till referenspunkten O vid tiden t : s ,
 Bilens hastighet vid tiden $t = 0$: v_0

Med dessa beteckningar gäller

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

Skriv ett program där de okända parametrarna bestäms från följande mätvärden.

t	2	5	9
s	9.1	28.4	68.5

Koefficientmatrisen bör byggas upp av kolumnvektorer från en vektor `tgiven` med de givna t -värdena. `ones(size(tgiven))` ger en kolumn med ettor. Tabellera och rita slutligen s som funktion av t ($t=0:0.1:10$) med lämplig rubrik och axelbeteckningar. Rita in mätvärdena som cirkelar i bilden. Skriv ut plotbilden på papper.

Namn: Pers.no:

Redigera samman programfil och dagboksfil eller resultatutskrifter från kommandofönstret till en liten redogörelse enligt följande mall:

- Rubrik, t.ex. Accelerande bil, lab 1
- Namn, t.ex. Nisse Me, Nina El
- Pers.no, t.ex. 860141-x365, 860142-x504
- Programmet pgI4.m nedan
- (kopia av programfilen)
- ger följande resultatutskrift
- (kopia av dagboksfilen)
- d.v.s. $s=s_0+v_0t+at^2/2$ med
- $s_0=...$, $v_0=...$, $a=...$
- Plotbilden som genereras av programmet bifogas.

Skriv ut er redogörelse på papper, tillfoga ett appendix med er inledande papper och penna behandling av uppgiften och var beredd att beskriva och demonstrera programmet.

4. Numerisk derivering Funktionen

$$f(x) = 60x - \frac{(x^2 + x + 0.1)^6}{(x + 1)^6} - 10xe^{-x} \quad x > 0$$

skall deriveras.

- a. Bestäm derivatan $f'(x)$ analytiskt och skriv en matlabfunktion som beräknar derivatans värde för givet argument som ska kunna vara en vektor.
- b. Skriv ett matlabprogram som beräknar derivatan numeriskt, dels med framåtdifferens D1 (noggrannhetsordning = 1), dels med centraldifferens D2 (noggrannhetsordning = 2) för en tabell $\mathbf{x}$ och steget h .
- c. Kontrollera att formeln i a. är korrekt genom att jämföra derivatans värde vid $x = 0.2$ och $x = 1$ med någon av differensapproximationerna i b. Funktionen `flg2.m` är bra att använda här. Använd steget $h = 10^{-6}$ i differensapproximationen. Om du deriverat fel är det läge att korrigera formeln i a.
- d. Studera felet i differensapproximation av derivatan för de två formlerna i b. Tabellera felet i respektive formel för steglängderna h enligt Matlabsatsen

```
hlist = logspace(0,-15,13); for h=hlist ... end % for h
```

Rita ett loglog-diagram (**loglog**) över fel som funktion av steglängd. Använd matlab-kommandot **legend** som sätter ut en förklarande text-ruta i plot-fönstret. Förklara dina resultat,

- Varför kurvorna ser ut som "V". Vilka fel dominerar ?
- De olika lutningarna för D1 och D2. Om $E = ch^p$, vad blir $\frac{d(\ln E)}{d(\ln h)}$?

5 Startgissningar Gör för hand en grov uppskattning av någon rot till (inget program, ingen kalkylator, inga omfattande numeriska beräkningar)

- a. $x^6 + 2x^4 - 2x^2 = 1,000,000$ b. $x - 10^{-3} + x^4 = 0$
 c. $x + x^4 = 100$ d. $\frac{1}{x^4} + e^{x-100} = 10000$

6 Ekvationslösning, Newtons metod Bestäm två positiva nollställen till ekvationen

$$60x - \frac{(x^2 + x + 0.1)^6}{(x + 1)^6} - 10xe^{-x} = 0 \quad x > 0$$

Nollställena skall bestämmas med relativt fel mindre än 10^{-6} . Skriv ett eget Matlab-program som använder Newtons metod. Skriv ut så mycket mellanresultat så ni kan besvara följande frågor:

- Uppvisar iterationerna kvadratisk konvergens?
- Kan du uppskatta den asymptotiska felkonstanten för de två rötterna.
- Hur skattas felet? Ange en gräns för felet.

Startgissningar bör ni ha fått från tidigare labuppgifter.

7. Ickelinjärt ekvationssystem med flera lösningar Givet är det icke-linjära ekvationssystemet (Heath)

$$\sin(x) + y^2 + \log(z) = 3$$

$$3x + 2^y - z^3 = 0$$

$$x^2 + y^2 + z^3 = 6$$

Bestäm fyra st reella lösningar med hjälp av Newtons metod. Svårigheten här är att hitta startgissningar så iterationerna med Newton konvergerar mot de olika lösningarna. Ett sätt att göra detta är att eliminera x med hjälp av den andra ekvationen, och därefter definiera en skalär funktion $\phi(y, z)$ som summan av kvadraterna av skillnaden mellan vänster och höger led för de återstående ekvationerna. Funktionen $\phi(y, z)$ är då noll där ekvationssystemet har sina lösningar, och positiv för övrigt. En tredimensionell plot med t.ex. **surf** eller **surfc** av ϕ eller $\ln \phi$ kan avslöja de fyra lösningarna. Ekvationerna ger god vägledning till de intervall i y och z -led som är lämpliga. Visa detta. TÄNK! För att rensa bort ointressanta delar av en tredimensionell bild som lagrats i en matris **phi** kan följande trick vara användbart

```
index=(phi>1); phi(index)=inf
```

Då bilden sedan ritas med `surf` kommer alla delar där $\phi(y, z) > 1$ (annan konstant kan väljas) att utelämnas.

Hela lab 1 GODKÄND:	DATUM:	
	Namn:	
	Pers. No:	
	Ass. Signum:	
	Tidsuppskattning:	