

LABORATION 1

Vid redovisningen ska båda i laborationsgruppen vara beredda att redogöra för teori, algoritmer och resultat! Var väl förberedda så att varje delredovisning går snabbt och smidigt (kurvor utskrivna, numeriska resultat noterade – gärna handskrivna i marginalen på detta papper). Sista dag för bonuspoäng är 2 oktober.

0. MÖ-uppgifterna

Arbeta igenom så många som möjligt av MÖ-uppgifterna, missa inte MÖ16.
Om du tycker att det tar för lång tid att göra dem, kan du hoppa över några nu. Men gå tillbaka och titta på de resterande MÖ-uppgifterna senare, det lönar sig!

1. Stjärnprydd kaustika

Kaustikakurvan i MÖ16 bestäms av det trigonometriska uttrycket

$$x = \cos^3 \varphi, \quad y = 1.5 \sin \varphi - \sin^3 \varphi, \quad 0 \leq \varphi \leq \pi/2.$$

Precis där y -värdet är 0.64 vill man att en stjärna ska placeras på kaustikakurvan. Det är ett ekvationslösningsproblem som du ska lösa med Newton-Raphsons metod. Redovisa matlabkod och en bild med den stjärnförsedda kaustikafiguren.

Uppgift 1 godkänd (datum, lärarsign):

2. Dagens längd i Stockholm

a) Tabellen anger hur många timmar solen är uppe den första dagen i varje månad under sommarhalvåret i Stockholm. Plotta de sex punkterna.

Månad:	1 april	1 maj	1 juni	1 juli	1 aug	1 sep
Dagnr :	91	121	152	182	213	244
Solen uppe:	13.2	15.8	18.0	18.4	16.6	14.1

Det gäller att anpassa ett andragradspolynom till punkterna med minstakvadratmetoden. Hur lyder normalekvationerna och hur många rader och kolumner har matrisen i normalekvationerna i detta fall?

Beräkna polynomets koefficienter och rita polynomkurvan med tät indelning, dagligen från dag 80 som är vårdagjämningen 21 mars till dag 265 som är höstdagjämningen 21 september.

Hur länge är solen uppe på Sveriges nationaldag den 6 juni enligt denna modell?

b) Tabellen kompletteras med vinterhalvårets värden:

Månad:	1 jan	1 feb	1 mars	1 okt	1 nov	1 dec
Dagnr :	1	32	60	274	305	335
Solen uppe:	6.1	8.0	10.4	11.4	8.7	6.6

Markera de tolv punkterna i en figur. Ett trigonometriskt uttryck med perioden $T = 365$ (antal dagar under året) bör kunna ge god anpassning:

$$F(t) = c_1 + c_2 \cos \omega t + c_3 \sin \omega t, \quad \text{där } \omega = 2\pi/T.$$

Undersök detta och rita kurvresultatet (dagligen från nyårsdagen till dag 365) tillsammans med givna data.

Rita också residualvektorns tolv komponenter mot de tolv givna dagnumren. Beräkna felkvadratsumman samt nationaldagens soltid enligt denna modell.

c) Residualvektorn visar periodiska egenskaper och det innebär att modellen bör kunna förbättras till:

$F(t) = c_1 + c_2 \cos \omega t + c_3 \sin \omega t + c_4 \cos k\omega t + c_5 \sin k\omega t$, där k är ett litet heltal. Om du inte av residualbilden inser vilket det är, kan du pröva dig fram experimentellt. Rita även nu kurvresultat och residual enligt ovan. Felkvadratsumman och nationaldagssoltiden ska anges!

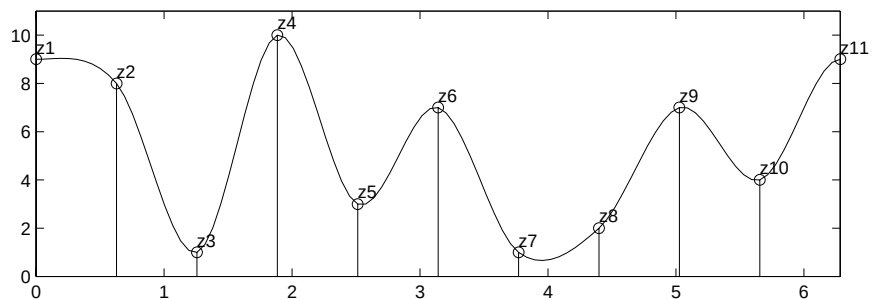
Uppgift 2 godkänd (datum, lärarsign):

3. Unika interpolationskurvor

Låt de tio siffrorna i ditt personnummer adderade med ett utgöra tio höjdvärden (stolpar) $z_1, z_2, \dots, z_{10}$. Inför en elfte stolpe med $z_{11} = z_1$ (z -vektorn med sina elva komponenter kan t ex se ut så här: $\mathbf{z} = [8 \ 7 \ 0 \ 9 \ 2 \ 6 \ 0 \ 1 \ 6 \ 3 \ 8] + 1$). Låt stolparna finnas vid x -värdena $0, 2\pi/10, 4\pi/10, \dots, 2\pi$. Med `stem(x,z)` erhålls en figur med de elva stolparna.

a) Lägg ett interpolationspolynom genom alla punkterna (x_i, z_i) , $i = 1, \dots, 11$. och rita kurvan med fint steg i intervallet $0 \leq x \leq 2\pi$. Eftersom personnumret är unikt blir din polynomkurva mycket personlig. Svänger den kraftigt — vad kallas fenomenet — eller är du en lugnare natur?

b) Hermiteinterpolation med fuskspines är ofta en bättre modell. Låt kurvans start- och slutlutning vara noll. Beräkna och rita upp den snällt buktande fuskspinekurvan som går mellan alla stolparna.



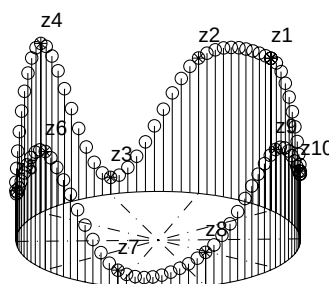
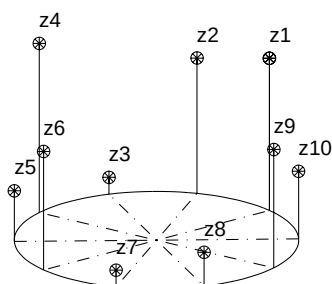
c) *Berg- och dalbana runt enhetscirkeln.*

Skriv ut din bild med fuskspinekurvan och klipp ut den. Rulla papperet till en cylinder så att elfte stolpen sammanfaller med första stolpen. Då blir cylinderns omkrets 2π och det kommer att vara vinkeln $2\pi/10$ mellan stolparna.

När detta ska åskådliggöras i Matlab är det lämpligt med namnbyte på x -vektorn från $\mathbf{x}$ till $\mathbf{v}$ (som i vinkel). Matlabkoden för en 3D-figur med stolpar blir `stem3(cos(v), sin(v), z)`

Utnyttja resultaten från din interpolerande fuskspinekurva för att åstadkomma en berg- och dalbana enligt högra figuren.

Namn:



Extrauppgift: När fuksplinekurvan bildar en sluten kurva såsom nu är fallet är det naturligt att ha samma slags lutningsvillkor vid z_1 som vid de andra stolparna. Vad behöver modifieras i koden för att fixa det?

Uppgift 3 godkänd (datum, lärarsign):

4. Kaustikan approximerad av bézierkurva

Nu gäller det kaustikan igen och vi vill approximera kaustikakurvan med en kubisk bézierkurva som börjar i punkten $(1, 0)$ och slutar i punkten $(0, 0.5)$. Styrpunkterna placeras vid $\mathbf{b} = (1, y_b)$ och $\mathbf{c} = (0.12, y_c)$ där y_b och y_c ligger mellan 0.5 och 1. Pröva dig fram till lämpliga värden för y_b och y_c (två decimaler räcker) så att approximationen blir bra.

Gör gärna en bézierkurvemun på kaustikagubben och cirkclar som ögon.

Uppgift 4 godkänd (datum, lärarsign):

5. Bézierfigur med kalligrafieffekt

Konstruera ett snyggt hjärta, en pryddig sexa, en vacker fjäril eller din sektionsbokstav (δ , ε , φ) med hjälp av några kvadratiske eller kubiska bézierkurvor (eventuellt kompletterat med något rakt streck).

Gör först för hand en skiss av din önskade figur (fritt fram för fantasifulla former) och markera lämpliga interpolationspunkter — några placeras t ex där kurvan lutar vertikalt eller horisontellt. Skriv ett program och modellera fram en formkön bézierkurvefigur. Lagra alla beräknade x - och y -värden i varsin vektor, säg $\mathbf{X}$ och $\mathbf{Y}$.

Kalligrafieffekt får man genom att förskjuta hela kurvan en aning snett uppåt (med pyttelitet d -värde) och rita om den många gånger (tjugo eller kanske fler) enligt: `for k=1:20, plot(X+k*d, Y+k*d), end`

Uppgift 5 godkänd (datum, lärarsign):

Tänk efter hur många timmar ungefär som laboration 1 har tagit.

Laboration 1 redovisad och helt klar!

Datum:

Godkänd av

