

Värmeledning i chip

Ett chip på ett kretskort värms inifrån och kylls av konvektion i en omgivande fluid. Vad blir stationära temperaturfördelningen, och hur lång tid tar det att nå stationaritet? Hur påverkar chipets dimensioner max-temperaturen?

Modell

Den matematiska modellen är ett initial-randvärdesproblem för värmelednings-ekvationen, att bestämma $T(\mathbf{r}, t)$ för $t > 0$ när

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (k \nabla T) + Q \text{ in } \Omega$$

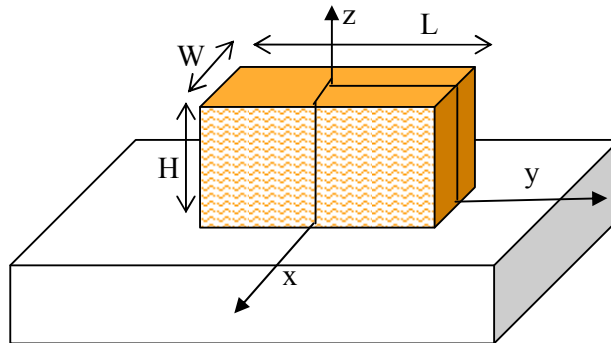
$$k \frac{\partial T}{\partial n} = h(T_{\text{ext}} - T) \text{ on } \partial\Omega$$

$$T(\mathbf{r}, 0) = f(\mathbf{r})$$

ρ är masstätheten [kg/m^3], C specifika värmekapaciteten [J/(kg K)], k värmeledningstalet [W/(m K)] och Q värmekällan [W/m^3]. T_{ext} är omgivningstemperaturen och h konvektionsvärmeövergångstal [$\text{W/(K m}^2\text{)}$] mellan chip-yta och omgivning.

Vi gör några förenklande antaganden

1. Ingen värmetransport till kortet;
2. Konstant värmeövergångstal h på alla de andra sidorna.
3. Uniform värmekälla Q
4. Chipet är tunt och långsmalt, $H \ll W \ll L$, och vi studerar inverkan av tunnheten nedan. I fortsättningen räknar vi på en $H \times (W/2) \times (L/2)$ del av chipet.



Data för kisel: $\rho = 2300 \text{ kg/m}^3$, $C = 380 \text{ J/kg/K}$, $k = 3.6 \text{ W/m/K}$. Totala effekten är $P \text{ W}$, dvs.

$Q = \frac{P}{V} \text{ (W/m}^3\text{)}$ där V är chipets volym. Värmeövergångstalet h med en fläkt är h_{coef} (t ex $100 \text{ W/m}^2\text{K}$) och $T_{\text{ext}} = 20^\circ\text{C}$.

Förberedande analys

a) Symmetrin gör det tillräckligt att räkna på 1/4 chip. Bevis: Anta att lösningen är unik, säg $T(x, y, z, t)$. Visa att $T(-x, y, z, t)$ och $T(x, -y, z, t)$ också är lösningar.

b) En viktig karakteristisk storhet är Biot-talet $Bi = \frac{h}{k/d}$, kvoten mellan värmemotståndet

$1/h$ för konvektionen och d/k för chipet självt; d är en karakteristisk längd för värmetransporten genom chipet. Här är det H , den minsta dimensionen. När Bi är stort blir ytemperaturen nära T_{ext} , och när Bi är litet, blir temperaturen nästan uniform i kroppen. Gränsfallet för försvinnande Bi blir Newtons kylningslag, ofta använd i deckare att bestämma tidpunkten för dödsfallet,

$$\tau dT/dt = T_{\text{ext}} + T_P - T$$

Vad blir tids-skalan τ och temperaturen T_P ? Tips: använd Gauss' sats och integrera differential-ekvationen över hela chipet, använd att T är nästan konstant.

(c) För mycket stora Bi (dvs. h) kan vi härleda en förenklad modell för stationära temperaturen genom att försumma värmetransporten genom de smala kant-ytorna. Då beror temperaturen bara av z , och

$$k \frac{d^2 T}{dz^2} = Q, \frac{dT}{dz} \Big|_{z=0} = 0, T(H) = T_{ext}$$

Visa det! Visa, att den ger $T_{max} = H^2 Q / (2k)$. Är det större eller under-skattning?

Vid lab-tillfället

Modell: Använd 3D, Classical PDEs/Heat Equation. Det lönar sig att definiera materialparametrarna som Constant under Options, så kan man enkelt ändra värden etc., och ekvationerna får begripliga termer.

Geometri: ett rätblock! ge det rätt dimensioner under properties

PDE: sätt värdet på k och Q (som heter f)

Randvillkor: Neumann-villkor: Isolering på botten och symmetri-ränder fås av $q_n = 0$. På locket med q och källterm g som $hcoef$ och $hcoef * Text$ – dessa kan man först definiera som Constant under Options.

Lösare: Stationary linear, utom för transient-körningarna (då) som görs med Time Dependent. Välj sluttid med ledning av framräknad tids-skala.

(a) Beräkna max-temperaturen då $L = 20$ mm, $H = 2$ mm och

$$\begin{aligned} P &= \text{åå} & W \\ hcoef &= 20 + 2dd & W/m/K \\ W &= 10 + \text{mm}/2 & \text{mm} \end{aligned}$$

där laborantens födelsedatum är åå mm dd.

(b) För $W = 10$ mm, gör nätförfiningsstudie och prova P2 och P1 – element.

(c) Plotta temperaturprofiler och finn max-temperaturer för $W = 20, 2, 0.2$ mm

(d) Frågan ”Går det lika fort att värma upp som att kyla ner?” är oprecis. Precisera, observera och motivera. Det är enklast att köra en simulering med start- $T = T_{ext}$, påslag av Q vid $t = 0$ och avslagning efter så lång tid att temperaturen blivit (nästan) stationär:

$$Q = (t < t_{slut}) * Q_0$$

(e) Temperaturen kan minskas av kylflänsar. Låt chip-kvadranten vara $10 \times 10 \times 2$ mm³. Lägg ett 1 mm tjock aluminiumlock på chipet, därefter 5 st. 1 mm tjocka och 1 cm höga kylflänsar:

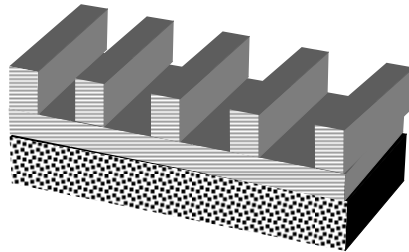
Data för aluminium: $\rho = 1600$ kg/m³,
 $C = 380$ J/kg/K, $k = 60$ W/m/K

Hur mycket minskas max-temperaturen av kylflänsarna?

Lönar det sig att göra flänsarna högre och/eller tunnare och flera? Tanke: Totala ytan exponerad mot luften är en viktig parameter i modellen (se

(a) ovan). Då borde man komma undan med bara en smula Al genom att göra många tätt packade tunna flänsar. Men så ser inte chipkylare ut. Varför? Vad är det för fel på vår modell?

Geometri: Man skapar först locket som en tegelsten och placerar det med ifyllning av rätt geometridata under Draw/Object Properties; Sedan gör man yttersta flänsen, placerar den; därefter kopierar man den och ger rätt translation i dialogrutan (4 ggr). Skapa en Composite Object av unionen av alla flänsarna och locket utan interior borders.



Till slut: gör ett sammansatt objekt av flänslock och chip, *med behållna* interior borders. Klart!

PDE: Sätt materialdata och initialdata i de två Subdomains (Al och Si).

Randvillkor: Välj Neumann för alla ränder och sätt värmeövergångstal q och källterm g som $hcoef$ och $hcoef*Text$ – dessa kan man först definiera som Constant under Options. Ändra därefter (de få) symmetri-ränderna till isolering.