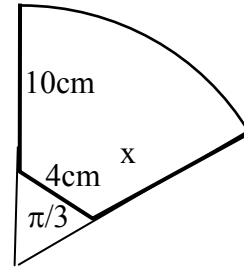


Kaffefiltret

På ett blött filter faller en kaffedroppe per $T (=5)$ sekunder. Gör en film av hur filtret ser ut (kaffe-koncentrationen) under de första 60 sekunderna. Ett kaffefilter ser ut så här och anses $h = 2$ mm tjockt. En droppe anses innehålla $v = 0.1$ ml rent kaffe (koncentration 1) och sprids hastigt, på tiden $T_i = 0.1$ sek, ut över volymen V_i , en cirkulär cylinder, höjd h , med radie $r_i = 4$ mm och centrum i (x_0, y_0) , punkten x .



Koncentrationen c diffunderar i papperet enligt

$$c_t - \nabla \cdot (D \nabla c) = Q(\mathbf{r}, t)$$

där c är kaffekoncentrationen som vi här mäter som volymsfraktion rent kaffe, dimensionslös!, D diffusionskonstanten (m^2/s) och Q (1/s) beskriver dropparna. Diffusionskoefficienten rör sig om $0.001 \text{ m}^2/\text{s}$.

1 Förberedande analys

Skriv upp en formel för $Q(x, y, t)$.

- 1) Hur stor är V_i som kaffevolymen v sprider sig i under T_i ? (Svar: $V_i = h\pi r_i^2$)
- 2) Hur stor källterm Q behövs i V_i för att under T_i producera volymen v rent kaffe?

Ekvation: $\int_0^{T_i} \int_{V_i} Qh \cdot dx dy \cdot dt = v$. Motivera! (Svar: $Q = \frac{v}{T_i V_i}$)

- 3) Hur konstruera källtermen Q i COMSOL? Tips: man definierar en expression under options, t.ex. som en produkt av funktioner av tid och rum,

$$Q = Q_t * Q_x$$

$$Q_x = ((x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 < R^2) = 1, \text{ för alla } (x, y) \text{ i en cirkel med radie } R \\ = 0, \text{ utanför}$$

$$Q_t = (\sin(2\pi/T * t) > c) \text{ är en } T\text{-periodisk funktion} = 1 \text{ då } (t-T/4) < \dots$$

2 Vid lab-tillfället

Modell: I Model Navigator välj 2D och

COMSOL Multiphysics/Convection and Diffusion/Diffusion/Transient Analysis

Geometri: Geometrin kan man göra i cm med en cirkel med radie 14, två 14 cm kvadrater med ett hörn i origo, den ena vriden 30° , och en med sidan 4, ett hörn i (0,4) vriden 30° .

PDE: Physics/Subdomain: init 0, diffusionskoefficient D , R (källterm) kallas (t ex) src och definieras enligt tips ovan under Options/Expressions/Subdomain Expressions

Randvillkor: Physics/Boundaries: alla ränder Insulation/Symmetry

Lösare: Under Solver Parameters väljs Time Dependent och tider t ex 0:1:60.

3 Kontroller, resultatredovisning

1. Prova andra värden på D (0.1, `tex`, eller 10^{-5}). Ändrar sig lösningen som du väntar dig?
2. Kontrollera med `subdomain integration` om allt kaffe finns i filtret! Man vet ju antal droppar och deras volym.
3. Plotta koncentrationen i en punkt nära (x_0, y_0) så ser man om alla droppar kommit med. Om inte, strängare tolerans för tidsstegningen!
4. Experimentera med olika nätförfining, och toleranser för tidsstegningen. Använd koncentrationen i ett hörn för konvergensstudien. Rimligt noggrannhetskrav 5%.
5. Rita koncentrationen som `1-c`, `surface` med `tex colormap pink` så blir det mörkast där det är mest kaffe, animera.