

Skivbromsen

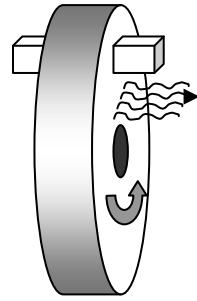
Så här kan en skivbroms se ut. Klossarna klämmer mot skivan med kraft F . Med friktionskoefficienten μ ($\mu = 0.8$) blir effekten ($[W/m^2]$)

$$Q = \alpha \omega, \alpha = \mu F \beta, \beta = \frac{1}{A} \int_A r dA \quad (1)$$

utbredd över klossens kontaktyta. Skivan kyls av luften med effekten

$h(T - T_{ext}) [W/m^2]$ över resten av skivytan där $h = 100 W/m^2/K$, $T_{ext} = 300K$.

Skivan är av stål, $2d = 1$ cm tjock, $2Ro = 0.3$ m diameter, axelhål $2Ri = 0.05$ m diameter, och klossytan är $A = a \times b = 8 \times 5$ cm² placerad $c = 5$ cm från axelhålet. Densiteten är $\rho = 7800$ kg/m³, värmeledningskoefficienten k ..., specifika värmekapaciteten $C = \dots$



1 Modell

Vi försummar värmetransport genom ytter- och inner-kanter och kan då göra en 2D-modell av ena halvan (symmetriplan).

Temperaturfördelningen i den snurrande skivan beskrivs då av

$$d\rho C \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u}(x, y, t) \cdot \nabla T \right) = d\nabla \cdot (k \nabla T) - h(T - T_{ext}) + Q(x, y, t)$$

$$k \nabla T \cdot \mathbf{n} = 0 \text{ på ränderna } r = Ri \text{ och } r = Ro$$

$$T(x, y, 0) = T_{ext}$$

När skivan snurrar med ω rad/s är

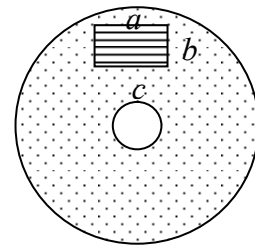
$$\mathbf{u} = \omega(t)(-y, x); Q = a\omega(t) \text{ i } A, 0 \text{ utanför}; h = 0 \text{ i } S - A \quad (2)$$

i det fixa (x, y) -systemet.

Uppgiften är att göra en film av temperaturfördelningen under en bromsning under t_0 och en stund efter, $0 < t < 5t_0$. Antag att man under tiden t_0 med fyra lika belastade skivbromsar med konstant F bromsar en bil, massa m , som kör v_0 m/s. Vid hastighet v snurrar skivorna med $\omega = v/D$ rad/sek (hjulradie D). Bromseffekten blir då

$$P = 8Q = 8\alpha\omega \text{ och } 1/2 m dv^2/dt = -P \text{ (enligt Newton)} \quad (3)$$

Därmed kan vi bestämma hur ω och effekten Q beror av t . Tag $m = 1000$ kg, $v_0 = 30$ m/s, och $D = 0.6$ m som exempel, och välj α så att bilen stannar på tiden t_S .



2 Förberedande analys

1. Visa (1), (2), och (3)

2. Vad blir α uttryckt i m , v , och D ?

3. Vi ska beräkna β , som bara beror av geometrin. Formlerna blir formidabla (Prova!), så vi gör det med Comsol på lab-tillfället. Men konstruera en approximativ formel att kontrollera Comsol-siffran mot.

3. Inför dimensionslösa variabler

$$x' = x/L, y' = y/L, U = (T - T_{ext})/T_0$$

och välj skalorna L (längd) och T_0 (temp.) lämpligt så reduceras modellen till

$$\frac{\partial U}{\partial t} - \omega y' U_{x'} + \omega x' U_{y'} - C_1 \Delta' U = \begin{cases} \omega & \text{i A} \\ -C_2 U & \text{i S-A} \end{cases}, \mathbf{u}' = \omega(t)(-y', x')$$

$$\partial U / \partial n' = 0 \text{ på ränderna } r = Ri/L \text{ och } r = 1$$

$$U(x', y', 0) = 0$$

där längdskalan L redan valts. Vad är C_1 och C_2 uttryckta i parametrarna ovan? Vi tar bort ' i fortsättningen.

4. Om man bromsar och gasar så farten hålls konstant närmar sig skivornas temperaturfördelning

efter lång tid en stationär gräns. Vad är dess medelvärde utanför A, $\frac{1}{S-A} \int_{S-A} T dx dy$?

Tips: Nedan integreras U -ekvationen över hela S . Motivera a) med Gauss' sats hur det blir så, och b) varför de markerade termerna försvinner. Du behöver för *)-termen använda Gauss' sats och att $\text{div } \mathbf{u} = 0$, så visa det först.

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t} \int_S U d\Omega}_{\rightarrow 0, t \rightarrow \infty} + \underbrace{\int_S \mathbf{u}(x, y, t) \cdot \nabla U d\Omega}_{=0^*)} = C_1 \underbrace{\int_{\partial S} \nabla U \cdot \mathbf{n} ds}_{=0} - C_2 \int_{S-A} U d\Omega + \int_A \omega d\Omega$$

5. Temperaturfördelning bestäms av C_1 , C_2 och ω . Fundera ut värden som ger tre olika typer:

- Jämn hög temp. i hela skivan;
- Komet med kort svans
- Ring-liknande

3 Vid lab-tillfället

Comsol-modell

Modell: Använd 2D, mod Heat Conduction, transient och de förinställda Lagrange-P2-elementen.

Geometri: Två cirklar E1 och E2 och en rektangel R1 ger E1-E2+R2 att räkna på. Behåll interior boundaries, annars försvinner bromsklossen. Två subdomäner, en för klossen och en för skivan utanför.

PDE: Definiera alla parametrarna och C_1 och C_2 som konstanter. $\omega(t)$ får bli en global expression, ev. olika för transient och stationär lösning. Det går bra att skriva uttryck, de ska låta dig ändra i alla fall v_0 och t_0 enkelt, dvs. bara på ett ställe. Fyll i under subdomain., koefficienter, hastigheter, initialdata.

Randvillkor: Längs ytterranden isolering, finns som förval att klicka i.

3.1 Stationär lösning

- Beräkna β med subdomain integration, kontrollera mot din approximativa formel
- Gör initial-nät, förfin trianguleringen (minst) två ggr och registrera för de tre beräkningarna.
 - max-temperaturerna
 - medel-temperaturen i S-A beräknad med subdomain integration.
Jämför 2. med korrekta värdet. Vad blir konvergensordningen? Är det ett bra sätt att bestämma noggrannhet-sordning? Blir det några singulariteter i lösningen?
- Byt till P1-element. Vad blir ordningen nu?
- Kontrollera dina parametervärden i 5 ovan!

3.2 Transient lösning

Simulera en inbromsning under tiden $(0, 5t_S)$. Observera att ω blir noll efter t_S ! Animera.
Två fall: tvärnit, skivorna snurrar bara (del av) ett varv, och smygning, skivorna snurrar många varv - nåja, några stycken i alla fall, tålamodet tryter annars. Ta bilder med temp. vid t_S och $5 t_S$ för de två fallen.