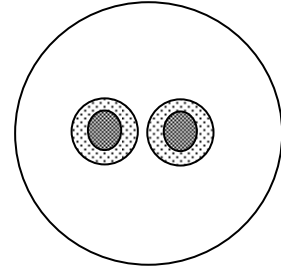


Värmeledningsproblem: sladdar och vindor.

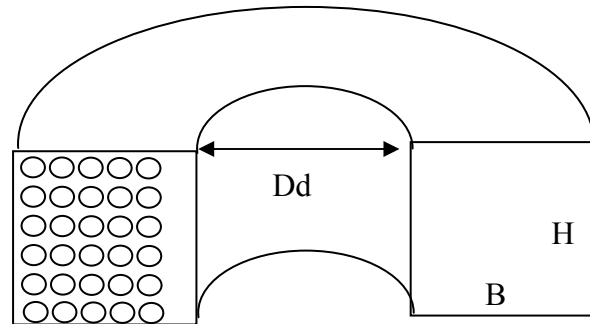
Så här ser en RVOE-tvåledar-sladd ut i genomskärning: Två plastlager, det inre t ($\approx 0.85\text{mm}$) tjockt; Kopparledarnas yta A är 1.5 mm^2 var och sladdens ytterdiameter är D_y (9.4 mm). Hur mycket varmare än omgivningen blir det, och var som varmast, om man från ett ($U =$) 230V -uttag matar ett värme-element på P ($= 2000\text{W}$) W ? (rent resistiv belastning antas.)



Två fall:

1: Sladden hänger fritt i luften och kyls därav med värmeövergångstal h [$\text{W}/\text{m}^2/\text{K}$]

2: Sladden, L m lång, är mycket prydligt uppvindad i en dosa:



Data som kan behövas: *Koppar*s
konduktivitet σ_{Cu} är $5.8 \cdot 10^7$ [Ωm] $^{-1}$,
densitet ρ_{Cu} 8930 [kg/m^3]
specifika värme c_{Cu} 390 $\text{J}/\text{kg}/\text{K}$,
värmeledningstal k_{Cu} 380 $\text{W}/\text{m}/\text{K}$.

Plast: konduktivitet 0 , densitet 1300 [$]$, spec. värme 920 [$]$, värmeledningstal 0.2 [$]$. De två plasterna anses lika, så man behöver ingen gräns mellan dem i denna modell. Värden på t , D_y och h tas ur laborantens personnummer: åå mm dd

$$h = dd \text{ [W/m}^2/\text{K]}; t = \text{åå}/100 \text{ [mm]}; D_y = 5 + \text{mm}/6 \text{ [mm]}$$

Bestäm stationära ($d/dt = 0$) temperaturfördelningen med Comsol Multiphysics. Diff-ekvationen är ($\mathbf{n}$ utåtriktad enhetsnormal)

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (k \nabla T) + Q$$

$$k \nabla T \cdot \mathbf{n} = h(T_{\text{ext}} - T) \text{ på yttre ränder;}$$

$$h = 0 \text{ på symmetriränder, tag } T_{\text{ext}} = 0.$$

Förberedande analys, görs ev. efter första labtillfället.

1. Visa att värmeeffekten Q W/m^3 i kopparen blir $Q = \left(\frac{P}{UA} \right)^2 \frac{1}{\sigma_{\text{Cu}}}$.

- vilken total ström krävs för att ge effekten P ?
- vad blir motståndet i l m av Cu-ledaren?
- vad blir spänningsfallet? och således effekten?

2. Randen Γ har medeltemperaturen $\bar{T} = \frac{1}{L} \int_{\Gamma} T(x, y) d\Gamma = 2AQ / Lh$ där L är längden på Γ .

Varför är det så?

3. Var kommer temperaturen att variera mest, i Cu eller Pl?

4. Antag att Cu kan ersättas med *en* central cirkelskiva Cu med yta $2A$, radie R_i . Ekvationen för T i Pl blir då

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) = 0, T(D_y/2) = \bar{T}$$

$$\Rightarrow T(r) = C_1 \ln r + C_2 \quad (2)$$

$$k_{Pl} \cdot 2\pi R_i \cdot \left. \frac{dT}{dr} \right|_{r=R_i} = 2AQ \quad (3)$$

a) visa (2) och förklara (3).

b) bestäm C_1 och C_2 och temperaturen vid Cu

Vid lab-tillfället

1. Frihängande sladd

Modell: Använd 2D, mod Heat Conduction, och de förinställda Lagrange-P2-elementen.

Geometri: Union av två cirklar skuren med en rektangel ger den kvadrant man räknar på. Två subdomäner, en för Cu och en för Pl(ast).

PDE: Definiera P , U , A , sigCu, ..., Q som konstanter (det går bra att skriva uttryck som t ex för P), fyll i under subdomain.

Randvillkor: längs $xy = 0$ är det symmetri, längs yterranden värmeövergångstal, finns som förval att klicka i.

1. Gör initial-nät, förfina trianguleringen (minst) två ggr och registrera max-temperaturerna för de tre beräkningarna. Vad blir konvergensordningen? Är det ett bra sätt att bestämma noggrannhetsordning? Blir det några singulariteter i lösningen?

2. Byt till P1-element. Vad blir ordningen nu?

3. Kontrollera för en körning med boundary integration formeln ovan för randens medeltemperatur.

2. Sladd på vinda

Modell: Använd nu Axisymmetric (2D). Vi modellerar ena halvan (symmetri) av ett tvärsnitt av vindan med $5 \times 3 \times (2 \text{ Cu-cirklar})$ packade så avståndet mellan två-grupperna blir 10 mm. Hela mönstret placeras i en rektangel vars minsta avstånd till cirkelarna överallt är 2 mm utom vid symmetriplanet där det ska vara - ja, vadå? Sedan fyller vi utrymmet mellan Cu-cirkelarna med plast, och yterränderna kylls som ovan.

Geometri: Gör först en Cu-cirkel, sedan dess granne i två-gruppen, bilda av dem ett sammansatt objekt, säg G. Kopiera och translatera G så du får en rad. Gör ett sammansatt objekt av dessa 5 G, säg R. Kopiera och translatera R så du får 3 rader. Bilda sammansatt objekt, säg Cu, av alla 3 R. Skapa rektangeln R1, bilda unionen R1+Cu – *obs: behåll inre ränder!*

PDE: Det blir 31 subdomäner. Men 30 av dem ska ha samma data, så välj *alla* 31 och ge dem Cu-egenskaper och värmekälla. Ändra därefter plast-subdomänens data.

Randvillkor: Randvillkoren görs enkelt, de tre yttre har samma övergångstal, symmetriranden är isolerad.

4. Beräkna temperaturfältet och visa som 3D-plott och färg med strömlinjer över värmeflödet. Var är lösningsvariationen starkast? Plotta $\text{grad } T$ så syns det. Var bör elementnätet förfinas? Prova adaptiv förfining (väljs under solver parameters) och se om du är överens med algoritmen.