

Övning 1 (på tavlan), 2011-10-28

Uppgifter:

ENM 2.10, 2.15, 2.16, 2.18, 2.22a

Bradie 2.3.1, 2.3.4, 2.4.4

1 ENM 2.10

Ekvationen $ax - \sin(x) - \ln(1+x) = 0$ där $a = 1.96$ har förutom roten $x = 0$ en liten positiv rot. Utnyttja serieutveckling för att hitta en approximation till roten med cirka en siffras noggrannhet. Hur noggrannt kan roten anges, om a -värdet inte är givet exakt utan är korrekt avrundat?

2 ENM 2.15

Man vill lösa andragradsekvationen $x^2 - 3x + 1 = 0$ med fixpunktsmetoden $x_{n+1} = \frac{1}{3}(x_n^2 + 1)$. Experimentellt finner man att iterationerna konvergerar mot den mindre roten, om de alls konvergerar. Förklara detta!

Hur får man fram den större roten när man känner den mindre?

3 Bradie, 2.3.1 p. 93

Suppose the sequence $\{p_n\}$ is generated by the fixed point iteration scheme $p_n = g(p_{n-1})$. Further, suppose that the sequence converges linearly to the fixed point p .

a) Show that

$$g'(p) \approx \frac{p_n - p_{n-1}}{p_{n-1} - p_{n-2}}$$

b) Show that

$$|e_n| \approx \left| \frac{g'(p)}{g'(p) - 1} \right| |p_n - p_{n-1}|$$

4 Bradie, 2.4.4, p. 104

The equation $x^7 = 3$ has a root on the interval $(1, 2)$, namely $x = \sqrt[7]{3}$.