

Namn:

Personnummer:

Program, årskurs:



KTH Computer Science
and Communication

Tentamen, del 1

DN1240 – Numeriska metoder gk II för F

Fredag 14 december 2012 kl 14–17

DEL 1: 20 poäng. Inga hjälpmedel. Betygsgräns för betyg E: 14 poäng (inkl. bonuspoäng).

Bonus. Ange här dina giltiga bonuspoäng från HT-12:

Antal bonuspoäng

1. Ekvationen $\sin(x) = x/2$ ska lösas med Newtons metod. Utför en iteration med startapproximationen $x_0 = \pi$. (2 p)

Resultatet blir:

☐

0

☐

$-2\pi/3$

☐

$\pi/3$

☐

$2\pi/3$

☐

$-\pi/3$

☐

π

☐

$\pi/2$

☐

något annat värde

2. Ett stort linjärt ekvationssystem (med **full systemmatris**, dvs med bara nollskilda element) löses med Gausselimination. Sedan löses ett dubbelt så stort linjärt ekvationssystem. Lösningstiden blir **(1.5 p)**

- | | |
|--|---|
| ☐ ungefär densamma | ☐ ungefär 4 gånger längre |
| ☐ ungefär dubblerad | ☐ ungefär 8 gånger längre |
| ☐ ungefär 3 gånger längre | ☐ ungefär 16 gånger längre |

3. Ett stort **triangulärt** linjärt ekvationssystem löses med hjälp av ett program som utnyttjar systemets struktur. Sedan löses ett liknande system, som är dubbelt så stort. Lösningstiden blir **(1.5 p)**

- | | |
|--|---|
| ☐ ungefär densamma | ☐ ungefär 4 gånger längre |
| ☐ ungefär dubblerad | ☐ ungefär 8 gånger längre |
| ☐ ungefär 3 gånger längre | ☐ ungefär 16 gånger längre |

4. Vi vill beräkna $y = 1 + \sin(x)$ när x är behäftat med ett (absolut) fel e_x med $|e_x| \ll 1$. Vad kan vi säga om felet e_y i y ? **(1 p)**

- | | |
|---|---|
| ☐ $e_y \approx e_x(1 + \sin(x))$ | ☐ $e_y \approx e_x(1 + \tan(x))$ |
| ☐ $e_y \approx e_x \cos(x)$ | ☐ $e_y \approx e_x \tan(x)$ |
| ☐ $e_y \approx \cos(e_x)$ | ☐ $e_y \approx e_x + \sin(e_x)$ |
| ☐ $e_y \approx e_x \sin(x)$ | ☐ $e_y \approx e_x / \cos(x)$ |

5. Villkoret för att fixpunktsiterationen $x_{n+1} = \sin(x_n) + x_n/2$ för ekvationen i 1) ska konvergera (för tillräckligt god startgissning) mot en rot $\alpha \in (0, \pi)$ lyder **(2 p)**

- | | |
|---|--|
| ☐ $ \cos \alpha < 1/2$ | ☐ $ \cos \alpha - 1/2 > 1$ |
| ☐ $ \sin \alpha - \alpha/2 < 1$ | ☐ $ \cos \alpha - 1/2 < 1$ |
| ☐ $ \sin \alpha < 1/2$ | ☐ $ \cos \alpha + 1/2 > 1$ |
| ☐ $ \sin \alpha + \alpha/2 > 1$ | ☐ $ \cos \alpha + 1/2 < 1$ |
| ☐ $ \sin \alpha + \alpha/2 < 1$ | ☐ något annat villkor |

6. Betrakta följande tabellerade data om funktionen $f(x)$

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	2	0	1	2	8

- a) Lagg ett interpolationspolynom (av minimalt gradtal) genom alla punkterna i tabellen.
Vad blir polynomets gradtal? **(1 p)**

☐ 1

☐ 4

☐ 5

☐ 6

☐ 7

- b) Anpassa en rät linje $g(x) = c_1 + c_2x$ med hjälp av minsta kvadratmetoden till punkterna i tabellen.

(1.5p) c_1 blir:

☐ 1

☐ 5/13

☐ 10

☐ 13/5

☐ 2/5

☐ något annat

(1.5p) c_2 blir:

☐ 1.5

☐ 5/7

☐ 5

☐ 7/5

☐ 3/5

☐ något annat

- c) Använd de tabellerade värdena för att skatta integralen $\int_{-2}^2 f(x) dx$ med trapetsregeln och steglängden $h = 1$. Resultatet blir: **(2 p)**

☐ 1.5

☐ 2

☐ 8

☐ 11

☐ något annat

7. Differentialekvationen $y'' - xy' + \sin(\pi x) = 0$ med begynnelsedata $y(1/2) = 1$ och $y'(1/2) = 1$, löses med framåt Euler och steglängden $h = 0.2$.

Approximationen av **derivatan** $y'(0.7)$ blir:

(2 p)

- | | |
|-------------------------------|--|
| ☐ 0.6 | ☐ 1.0 |
| ☐ 0.7 | ☐ 1.1 |
| ☐ 0.75 | ☐ 1.2 |
| ☐ 0.8 | ☐ 1.3 |
| ☐ 0.85 | ☐ 1.4 |
| ☐ 0.9 | ☐ något annat värde |

Approximationen av **lösningen** $y(0.9)$ blir (efter två steg):

(2 p)

- | | |
|-------------------------------|--|
| ☐ 0.98 | ☐ 1.32 |
| ☐ 1.0 | ☐ 1.38 |
| ☐ 1.02 | ☐ 1.4 |
| ☐ 1.1 | ☐ 1.42 |
| ☐ 1.2 | ☐ 1.5 |
| ☐ 1.3 | ☐ något annat värde |

8. En numerisk integrationsmetod ger resultatet I_h när steglängden är h . För successivt halverade värden på h ges

$$I_h = 0.56401, \quad I_{h/2} = 0.51599, \quad I_{h/4} = 0.50401, \quad I_{h/8} = 0.50100$$

Vilken noggrannhetsordning har metoden?

(2 p)

- ☐ 1
- ☐ 2
- ☐ 3
- ☐ 4
- ☐ annat

V.g. glöm inte skriva ditt namn och personnummer överst på framsidan!