

2D1240, Tentamen i Numeriska metoder gk2
Måndag 12 mars 2007 kl 9–12

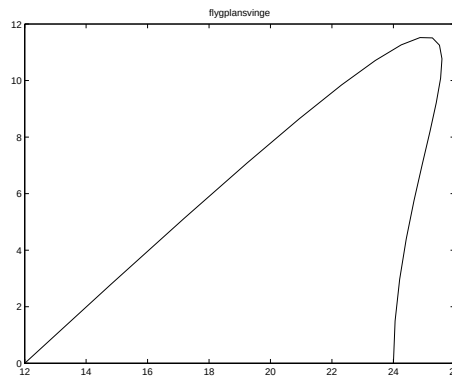
Betygsgränser (inkl bonuspoäng): 20p trea, 26p fyra, 32p femma.

Hjälpmedel i del 2 är *rosa formelsamlingen* som får tas fram när del 1 har lämnats in.

Svar ska motiveras och uträkningar redovisas. Korrekt svar utan motivering eller med felaktig motivering medför poängavdrag.

DEL 2 (25 poäng)

- (5) **1. Bézier kurva.** En flygplansvinge ska konstrueras med hjälp av en kubisk Bézier kurva. Konturkurvan ska löpa mellan punkterna $(12, 0)$ och $(24, 0)$, med en riktningsvektor i början som bildar vinkeln $\pi/4$ med x -axeln, och ett lodrätt förlopp ner till punkten $(24, 0)$ vid kurvslutet (v.g. se figuren). Låt styrpunktsavstånden vara $20 \cdot \sqrt{2}$ respektive 10. Ställ upp Bézier kurvans ekvation för hand. Skriv sedan några Matlab-satser som beräknar och ritar vingprofilen, samt skriver ut värdet av $r(1/2)$.



2. Polynominterpolation.

Vingens sidor approximeras i stället med två räta linjer, och vingspetsen approximeras med ett andragradspolynom genom tre valda punkter.

- (3) **a.** Beräkna (med handräkning i denna deluppgift) det andragradspolynomet som går genom punkterna i tabellen nedan. Använd Newtons form av interpolationspolynom.

x	20	22	25
y	8	10	11

- (2) **b.** Beräkna med linjär interpolation (handräkning krävs här) värdet $y(24)$ på räta linjen mellan punkterna $(22, 10)$ och $(25, 11)$.

Vänd!

3. System av icke-linjära ekvationer.

Följande system är givet:

$$\sin(x + y) = x$$

$$\cos(x - y) = y$$

och den lösning söks som ligger i kvadranten $x > 0, y > 0$.

(4) **a. Förberedelse till Matlab-program.**

Ställ upp Newtons metod för detta system. Ange formeln, samt utför alla nödvändiga deriveringar. Föreslå även en rimlig startvektor för iterationerna, och motivera ditt val.

I denna deluppgift ska du alltså ännu inte skriva någon programkod eller presentera en fullständig algoritm.

(3) **b. Matlab-program eller algoritm för Newtons metod.**

Formulera en detaljerad algoritm (gärna i Matlab) som löser det givna systemet med Newtons metod.

Noggrannhetskravet är 5 korrekta decimaler.

4. Initialvärdesproblem.

Rörelsen hos en friktionslös Foucault pendel beskrivs av andra-ordningens differentialekvationssystemet:

$$x'' - 2\omega \sin(\psi)y' + k^2x = 0$$

$$y'' + 2\omega \cos(\psi)x' + k^2y = 0$$

där ψ = platsens latitud, $\omega = 7.29 \cdot 10^{-5}$ per sek (jordens vinkelhastighet),
 $k = \sqrt{g/l}$, med $g = 9.8m/s^2$ (gravitationskonstanten) och l = pendelns längd.

Låt $\psi = \pi/4$ och $l = 1$.

(3) **a.** Skriv om andra-ordningens differentialekvationssystemet till ett system av fyra första ordningens differentialekvationer, och ange de tillhörande initiala villkoren, då pendeln släpps med hastighet = 0 från punkten $(x, y)_0 = (1, 0)$ vid tiden $t_0 = 0$.

(5) **b.** Skriv ett Matlab-program som simulerar rörelseförloppet hos pendeln i intervallet $t = [0, 300]$ s, med valfri metod. Eventuella nödvändiga funktionsfiler ska också redovisas.

Ditt program ska beräkna $x = x(t)$ och $y = y(t)$, och plotta x mot t samt y mot x i detta tidsintervall.

Dessutom ska programmet skriva ut slutvärdena av x, y, x', y' samt slutvärdena av x'' och y'' .